المستوى:الثالثة ثانوي رياضيات	ديسمبر 2019
الاختبار الثلاثي الأول في الرياضيات	المدة :سا2.5

التمرين الأول(4.5 نقط)

اجب بصحيح و خطأ مع التبرير

1) f الدالة المعرفة على$[0\,;2\pi[$ كما يلي : $f(x)=e^{-x}.sinx$. (C_f) منحناها البياني .

ا) - من اجل كل عدد حقيقي x من $[0\,;2\pi[$ تكون : $f\,'(x)=e^{-x}.(sinx+\cos x)$

ب)- من اجل كل عدد حقيقيx من $[0\,;2\pi[$ تكون : $f\,'(x)=\sqrt{2}\,e^{-x}.\cos(x+\frac{\pi}{4})$

ج)- المماس للمنحنى (C_f) عند المبدأ معادلته هي :$y=x$.

2) نعتبر الدالة kالمعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}$. (C_k)منحناها البياني .

ا)– المبدأ O هو مركز تناظر للمنحنى (C_k)

ب)- $\lim_{x\to+\infty}k(x)=+\infty$

ج) - من اجل كل عدد حقيقي x تكون : $k'(x)=\frac{2x(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2}$

التمرين الثاني(7.5 نقطة)

الجزء الأول

نعتبر الدالة f_α المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f_\alpha(x)=e^{2x}-2\alpha e^x+3$

و ليكن (C_α) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس .$(O\,;\vec{\imath};\,\vec{\jmath}\,)$

1) عين حسب الوسيط الحقيقي α عدد القيم الحدية للدالة f_α .

عين بدلالة α إحداثيتي النقطةω_α النقطة الحدية في حالة وجودها .

الجزء الثاني

نضع في كل ما يأتي : $\alpha=1$ ، و لتكن f_1 الدالة التي نريد دراستها و (C_1) تمثيلها البياني :

1) ادرس تغيرات الدالة f_1 و المستقيمات المقاربة .

2) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_1) عند النقطة ذات الفاصلة $ln2$.

3) ارسم كلا من (T) و (C_1) .

4) ليكن (D_m) المستقيمات المعرفة ب : $y=mx+3-m\,ln\,2$ ، حيث m وسيط حقيقي .

أ) بين أن المستقيمات (D_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها.

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد نقاط تقاطع (C_1) مع (D_m) .

5) نعتبر gالمعرفة على $\mathbb{R}$ ب:

الدالة$g(x)=-e^{2x}+2e^x+3$

أ) اكتب $g(x)$ بدلالة $f_1(x)$.

ثم بين أن $(C\,')$ و (C_1) متناظران بالنسبة للمستقيم (d) يطلب تحديد معادلته.

ب) ارسم المنحى $(C\,')$ منحنى الدالة g في المعلم السابق .

التمرين الثالث(8 نقطة)

الجزء الأول

نعتبر الدالتين h و g المعرفتين على المجال $]0;+\infty[$ ب:

$$g(x)=x-1-\ln x \quad ; \quad h(x)=x+(x-2)\ln x$$

1) أ) ادرس تغيرات الدالة g .

ب) استنتج أن $g(x)\geq 0$ من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$.

2) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$

3) أ) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $(x-1)\ln x\geq 0$

ب) استنتج إشارة $h(x)$.

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب:

$$f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس . $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب النهايات عند أطراف مجال التعريف. فسر النتيجة هندسيا .

2)ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{h(x)}{x}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول التغيرات .

3) ا) عين معادلة (Δ) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

ب) بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f(x)-x=(\ln x-1)\,g(x)$

ج) ادرس إشارة $f(x)-x$ ثم استنتج الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المماس (Δ) .

4) أنشئ (C_f) و (Δ) .

الجزء الثالث

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n كما يلي :

$$\begin{cases} u_0=\sqrt{e} \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$$

1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1<u_n<e$

بالتوفيق

الرياضيات كالخيال و الخيال هو السلاح الوحيد الذي نمتلكه لمواجهة الواقع.

التصحيح النموذجي

<table>
<tr><th>رقم التمرين</th><th>الحل</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><td>التمرين 1</td><td>1) ا) خطأ لأن $f'(x) = e^{-x}.(\cos x - sinx)$
ب) صحيح.
ج) صحيح .
2) ا) خطأ الدالة زوجية معناه تقبل محور تناظر.
ب) خطأ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} k(x) = -\infty$
ج) صحيح .</td><td>0.75
0.75
0.75
0.75
0.75
0.75</td><td>4.5 ن</td></tr>
<tr><td>التمرين 2</td><td>الجزء الأول
1) $f_\alpha'(x)=2e^{2x} - 2\alpha e^x$
القيم الحدية للدالة تحقق $f_\alpha'(x)=0$ و منه $e^x = \alpha$
$\alpha \leq 0$ لا توجد قيم حدية للدالة
$\alpha \geq 0$ تقبل قيمة حدية هي $w_\alpha(\ln \alpha \,;\, f(\ln \alpha))$
2) القيمة الحدية هي $w_\alpha(\ln \alpha \,;\, 3-\alpha^2))$
الجزء الثاني
1) دراسة تغيرات و المستقيمات المقاربة للدالة
$f_1'(x)=2e^{2x} - 2e^x$
جدول الإشارة
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>
f_1 متزايدة تماما على المجال $]0 \,;\, +\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]-\infty \,;\, 0]$
النهايات
$\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x) = +\infty \quad ; \quad \lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x) = 3$
و منه $y=3$ مستقيم مقارب افقي بجوار للمنحنى $-\infty$.</td><td>0.5
0.5
0.5
0.25
0.25
0.25
0.5
0.25</td><td>7.5 ن</td></tr>
</table>

0.5

جدول التغيرات

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

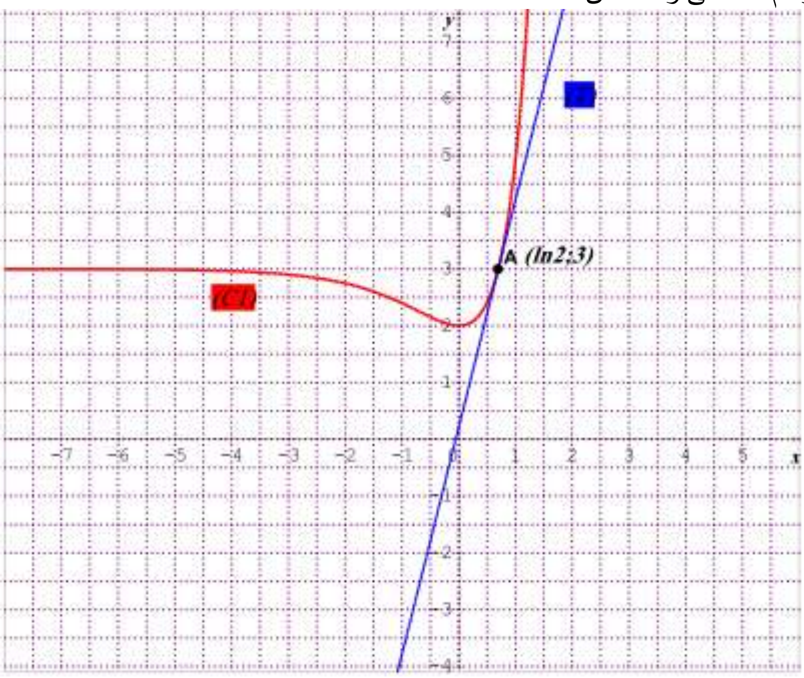
0.5

2) معادلة المماس

$(T): y=4x - 4ln2 +3$

0.75

3) رسم المنحنى و المماس



4) أ) المستقيمات (D_m) تشمل نقطة ثابتة ذات الإحداثيات $A(ln\ 2\ ;\ 3)$

ب) المناقشة البيانية الدوارنية

عدد نقط تقاطع (C_1) مع (D_m)

لما $m\leq 0$ (C_1) يقطع (D_m) في نقطة وحيدة هي $A(ln\ 2\ ;\ 3)$

0.75

لما $0< m<4$ (C_1) يقطع (D_m) في نقطتين إحداهما $A(ln\ 2\ ;\ 3)$

لما $m=4$ (C_1) يمس (D_m) في النقطة $A(ln\ 2\ ;\ 3)$

لما $m> 4$ (C_1) يقطع (D_m) في نقطتين إحداهما $A(ln\ 2\ ;\ 3)$

0.5

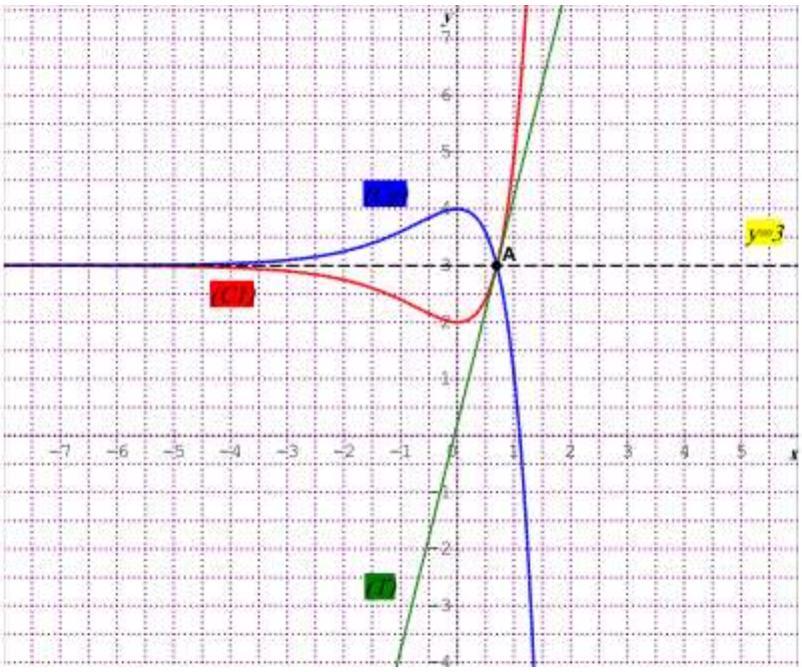
5) أ) $g(x)=6 -f_1(x)$

(C') و (C_1) متناظران بالنسبة للمستقيم (d) ذو المعادلة $y=3$

0.25

ب) رسم المنحى (C')

0.5



0.75

التمرين3

الجزء الأول

1) أ) دراسة تغيرات الدالة g .

$$g'(x) = 1 - \frac{1}{x}$$

جدول الإشارة

0.25

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

g متزايدة تماما على المجال $]1\ ;+\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]0\ ;1]$

جدول التغيرات

0.25

7 ن

0.5

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

0.5

ب) استنتج أن $g(x) \geq 0$ من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$.

من جدول التغيرات نلاحظ أن الدالة تقبل قيمة حدية صغرى

0.5

2)نبين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $h(x)= 1+ g(x) +(x-1)\ln x$

$h(x)=x + (x-2)\ln x$

$= x+x\ln x -2\ln x$

$= x+x\ln x - \ln x-\ln x -1 +1$

$=1+(x - 1 - \ln x) +(x-1)\ln x$

$= 1+ g(x) +(x-1)\ln x$

0.5

3) أ) نبين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $(x-1)\ln x \geq 0$

جدول الإشارة

x	0		1		$+\infty$
$(x-1)\ln x$		$+$	0	$+$	

0.5

ب) استنتاج إشارة$h(x)$.

0.5

$h(x\geq 0$

الجزء الثاني

النهايات

1

$;\quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \qquad ;\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x) = -\infty$

$x=0$ مستقيم مقارب للمنحنى.

0.5

$f'(x) =\ln(x)+1-2\frac{\ln(x)}{x}$

$f'(x) = \frac{h(x)}{x}$

ب) اتجاه التغير

جدول الإشارة

0.5

x	0	$+\infty$

$h(x)$	+

0.5

f متزايدة تماما على $]0\ ;+\infty[$

3) ا) معادلة (Δ) مماس (C_f)

0.5

$(\Delta) :y = x$

ب) نبين انه من اجل كل x من المجال $]0\ ;+\infty[$:

$$f(x) - x = (\ln x - 1)\, g(x)$$

$$f(x) - x = 1 + x\ln x - (\ln x)^2 - x$$
$$= x(\ln x - 1) + 1 - (\ln x)^2$$
$$= x(\ln x - 1) - ((\ln x)^2 - 1)$$
$$= (\ln x - 1)(x - 1 - \ln x)$$

و منه

$$f(x) - x = (\ln x - 1)\, g(x)$$

0.5

ج) إشارة $f(x) - x$

جدول الإشارة

x	0		1		e		$+\infty$
$f(x) - x$		-	0	-	0	+	

0.5

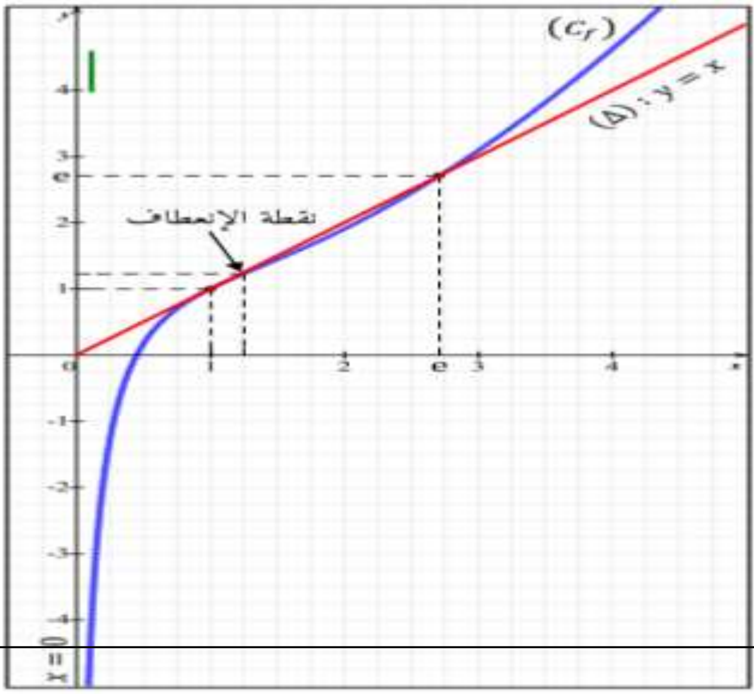
(C_f) فوق (Δ) في المجال $]e;\ +\infty[$

(C_f) تحت (Δ) في المجال $]0\ ; 1[\cup]1\ ;e[$

0.5

(C_f) يقطع (Δ) في النقطتين $(e\ ; e)$ و $(1\ ; 1)$

4) إنشاء (C_f) و(Δ)



	الجزء الثالث 1) البرهان بالتراجع أن : $P(n)$ ....$1< u_n < e$ من اجل $n=0$ فان$1< u_0 < e$ ادن $P(n)$ صحيحة . نبرهن صحة $1< u_{n+1} < e$. لدينا $1< u_n < e$. و الدالة f المرفقة بالمتتالية (u_n) متزايدة تماما على المجال $]1 ; e[$ ومنه $1< u_{n+1} < e$ و منه $P(n+1)$. صحيحة	**0.5**	