المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية ديسمبر **2019**

الاختبار الأول في الرياضيات المدة:**2،5**سا

التمرين الأول

(U_n)متتالية معرفة كما يلي $U_0 = e$ ومن لأجل كل$n \in \mathbb{N}$. ; $U_{n+1} - \sqrt{U_n} = 0$

نضع من أجل كل $n \in \mathbb{N}$. ; $V_n = \ln(U_n)$

1. بين أن من أجل كل $n \in \mathbb{N}$. ; $U_n > 1$
2. أدرس رتابة المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة.
3. بين أن (V_n)متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول.
4. أحسب V_n بدلالة n ثم استنتجU_n بدلالة n.
5. أحسب $S_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_{n-1}$ و $P_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_{n-1}$

التمرين الثاني:

I. g الدالة المعرفة بـ$g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1. أدرس إتجاه تغير الدالةg
2. أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيداα

منه $1.3 < \alpha < 1.4$

ب. شكل جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة$g(x)$

II. نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{1}{x}(x^2 + 1 - \ln x)$

1. أ. أحسب $\lim\limits_{x \to 0^>} f(x)$ فسر النتيجة بيانيا

أحسب نهايةf عند$+\infty$

ب. أدرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

2. أ. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة$y = x$هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f

ب. حدد وضعية(C_f) بالنسبة إلى(Δ)

3. بين أن $f(\alpha) = 2\alpha - \frac{1}{\alpha}$استنتج حصرا$f(\alpha)$
4. بين أنه توجد نقطة من البيان (C_f) يكون المماس فيها(T) موازيا لـ (Δ)ثم أكتب معادلة(T)
5. أ. أرسم(T) (Δ);ثم (C_f)

ب. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقيm

عدد حلول المعادلة m $\left(C_f\right) = x + m$

III. h الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ $h(x) = -x - \frac{1}{x} + x\,h\,x$

1. بين أن من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ $h'(x) = g\left(\frac{1}{x}\right)$

2. باستعمال السؤال 2-ب (الجزء I) حدد إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$

استنتج اتجاه تغير h ثم شكل جدول تغيراتها

انتهـــــــــى

التصحيح النموذجي

رقم التمرين	الحل	العلامة	
التمرين 1	من أجل كل n طبيعي $U_n > 1$ (البرهان بالتراجع)	1	10
	$U_{n+1} - U_n = \sqrt{U_n} - U_n$ $= \frac{(\sqrt{U_n} - U_n)(\sqrt{U_n} + U_n)}{(\sqrt{U_n} + U_n)} = \frac{U_n - U_n^2}{(\sqrt{U_n} + U_n)} = \frac{U_n(1 - U_n)}{(\sqrt{U_n} + U_n)} < 0$ ومنه (U_n)متناقصة لأن $U_n > 1$	2	
	(U_n)متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد 1 فهي متقاربة	1	
	$V_{n+1} = \ln(U_{n+1}) = \ln\sqrt{U_n} = \frac{1}{2}\ln U_n = \frac{1}{2}V_n$ (V_n)هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول $V_0 = 1$	1	
	$U_n = e^{V_n} = e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n V_n} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$	1	
	$S_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 2\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$ $P_n = e^{V_0} \times e^{V_1} \ldots\ldots e^{V_{n-1}}$ $= e^{V_0 + V_1 \ldots\ldots V_{n-1}}$ e^{S_n}	1	
التمرين 2	$g'(x) = 2x + \frac{1}{x} > 0$	1	
	$g(x) = 0$ تقبل حل وحيد (مبرهنة القيم المتوسطة)	2	
	جدول التغيرات x: 0 ; α ; $+\infty$ $g(x)$: 0 ↗	1 1	

جدول الإشارة

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

1

II. 1) أ) $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x) = +\infty$;

1

$x=0$ مستقيم مقارب.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ب) الدالة المشتقة

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

1

x	0	α	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

10

2) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} = 0$

2

$y=x$ مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$

$$f(x) - x = \frac{1 - \ln x}{x}$$

الوضعية النسبية

1

x	0	E	$+\infty$
$f(x)-x$	+	0	-

الوضعية النسبية	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في $(e;e)$	(C_f) تحت (Δ)

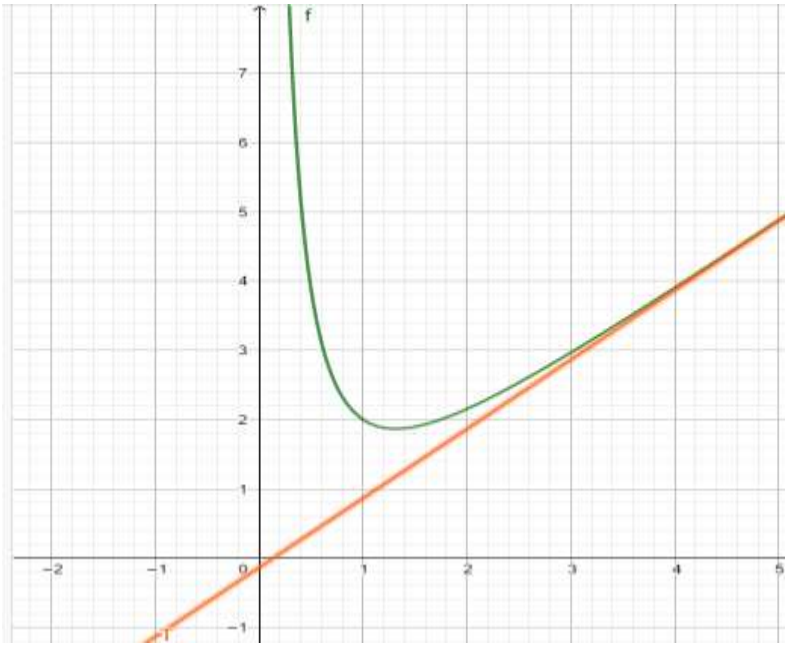
3) $f'(\alpha) = 2\alpha - \frac{1}{\alpha}$ ... 0.5

الحصر $1.83 < f(\alpha) < 2.09$ 0.5

4) $f'(x)=1$ يكافئ $x= e^2$

معادلة المماس $y = x - \frac{1}{e^2}$ 0.5

6. أ. رسم (T) (Δ);ثم $\left(C_f\right)$ 0.5



المناقشة البيانية..... 0.5

$m< -\frac{1}{e^2}$ لا توجد حلول

$m= -\frac{1}{e^2}$ حل مضاعف

$-\frac{1}{e^2} < m < 0$ حلين

$m> 0$ حل وحيد

$h'(x)=g(\frac{1}{x})$

$g(\frac{1}{x}) = 0$ يكافئ $\frac{1}{x}$ =α و منه $x = \frac{1}{\alpha}$ 0.5

$g(\frac{1}{x}) > 0$ يكافئ $\frac{1}{x}$ >α و منه $0 < x < \frac{1}{\alpha}$

x	0	$\frac{1}{\alpha}$	$+\infty$
$h'(x)$		$h(\frac{1}{\alpha})$	

0.5 .....