

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول (7 نقاط)

(U_n) المتتالية المعرفة بعدها الأول $U_0 = \frac{1}{5}$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 1 - \frac{1}{2U_{n+1}}$

1/ بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n < \frac{1}{2}$

2/ (ا) تحقق أنه من اجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(1-2U_n)}{2U_{n+1}}$ استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n)

(ب) بين ان المتتالية (U_n) متقاربة

3/ (V_n) المتتالية المعرفة على \mathbb{N} كما يلي : $V_n = \frac{3U_n}{1-2U_n}$

(ا) اثبت ان المتتالية (V_n) هندسية أساسها 2 يطلب حساب حدها الأول

(ب) اكتب عبارة V_n بدلالة n ثم بين ان $U_n = \frac{2^n}{2^{n+1}+3}$ ، احسب $\lim U_n$

4/ احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \dots + \frac{1}{U_n}$

التمرين الثاني (13 نقاط)

1 ا g الدالة معرفة على $]+1; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$

1/ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ وبين أن $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$

2/ ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها

3/ (ا) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبلا حلا وحيدا α على $]+1; +\infty[$ ، ثم تحقق ان $\alpha \in [e^2 + 1; e^3 + 1]$

(ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

|| f الدالة المعرفة على $]+1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$

1/ احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، وبين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

2/ (ا) بين أنه من اجل كل x من $]+1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x^2)}{x^2(x^2-1)}$

(ب) بين ان f متزايدة تماما على المجال $]+1; \sqrt{\alpha}[$ و ومتناقصة تماما على المجال $[\sqrt{\alpha}; +\infty[$

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

3/ بين أن $f(\sqrt{\alpha}) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$

4/ بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها β حيث $1,4 < \beta < 1,5$

5/ ارسم (C_f) (نأخذ $\sqrt{\alpha} \approx 3$)

6/ m وسيط حقيقي ، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = f(m)$ حلين متمايزين

7/ h دالة معرفة على $]+0; +\infty[$ كما يلي : $h(x) = f(e^x)$

(عبارة $h(x)$ غير مطلوبة) ادرس اتجاه تغير الدالة و شكل جدول تغيراتها

