2021 - 2020 **فرض تجريبي ٦ في الرياضيات** المدة: 45 د

التمرين الأول :

1. حُل الجملة : $\begin{cases} x + y = 25 \\ 5x + 4y = 116 \end{cases}$.
2. احسب $\text{pgcd}(200;160)$.
3. ثمن التذكرة لرحلة بالقطار بين تيزي وزو و الجزائر العاصمة هو 200DA للبالغين و 160DA للأطفال.

☜ جِد عدد البالغين و عدد الأطفال إذا علمت أن مجموعة مكونة من 25 شخصا (بالغين و أطفال) دفعت 4640DA (لاحظ أن $116 \times 40 = 4640$).

التمرين الثاني :

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$. وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).

1. علم النقطتين $S(+2;+4)$ و $P(-2;+2)$.
2. احسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{PS}$ ثم استنتج الطول PS.
3. احسب إحداثيتي النقطة T حيث $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{OT}$.
4. احسب إحداثيتي النقطة M، مركز تناظر الرباعي $STOP$.
5. علم النقطة $F(4;5)$ ثم بين أن النقط P ، S و F على استقامة واحدة.
6. أتمم باستعمال نقط الشكل مع التعليل :

(ا) $\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OT} = \cdots$ (ب) $\overrightarrow{MP} + \cdots = \vec{0}$

(ج) $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{PM} = \cdots$ (د) $\overrightarrow{FS} + \overrightarrow{TO} = \cdots$

التمرين الأول :

1. حل الجملة : $\begin{cases} x+y=25 & \cdots\cdots\cdots ① \\ 5x+4y=116 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$.

بطريقة التعويض:

من المعادلة ① نجد $y=25-x$ ..... ③.

نعوض في المعادلة ② و نجد $5x+4(25-x)=116$ منه $5x+100-4x=116$ منه $x=116-100$ أي $\boxed{x=16}$.

بالتعويض في المعادلة ③ نجد $y=25-x=25-16$ أي $\boxed{y=9}$.

إذن للجملة حل وحيد هو الثنائية $(16;9)$.

بطريقة الجمع و التعويض:

نضرب طرفَيْ المعادلة ① في (-4) فنجد :

$-4\times x+(-4)\times y=-4\times 25$

أي $-4x-4y=-100$ ..... ④.

بجمع طرفَيْ المعادلتين ② و ④ نجد :

$5x+\cancel{4y}-4x-\cancel{4y}=116-100$ أي $\boxed{x=16}$.

بالتعويض في المعادلة ① نجد $25=y+16$ منه $y=25-16$ أي $\boxed{y=9}$.

إذن للجملة حل وحيد هو الثنائية $(16;9)$.

2. حساب $\text{pgcd}(200;160)$: بخوارزمية إقليدس

آخر باقٍ غير معدوم هو 40

إذن : $\boxed{\text{pgcd}(200;160)=40}$.

$200=160\times 1+\boxed{40}$

$160=40\times 4+0$

3. نسمي x عدد البالغين و y عدد الأطفال.

المجموعة مكونة من 25 فردا معناه $x+y=25$.

المبلغ الذي دفعه البالغون هو $200x$ و المبلغ الذي دفعه الأطفال هو $160y$.

المجموعة دفعت 4640DA معناه $200x+160y=4640$

و بقسمة طرفَيْ هذه المعادلة على 40 نجد $\frac{200x}{40}+\frac{160y}{40}=\frac{4640}{40}$

أي $5x+4y=116$.

لدينا إذن الجملة $\begin{cases} x+y=25 \\ 5x+4y=116 \end{cases}$.

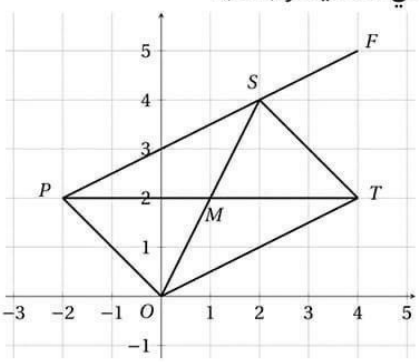
من السؤال الأول نستنتج أن $x=16$ و $y=9$.

الجواب: عدد البالغين هو 16 و عدد الأطفال هو 9.

التمرين الثاني :

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).



1. تعليم النقطتين $S(+2;+4)$ و $P(-2;+2)$.

2. لدينا :

$\overrightarrow{PS}\begin{pmatrix} x_S-x_P \\ y_S-y_P \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{PS}\begin{pmatrix} 2-(-2) \\ 4-2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{PS}\begin{pmatrix} 2+2 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{PS}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$PS=\sqrt{(x_S-x_P)^2+(y_S-y_P)^2}$

$=\sqrt{4^2+2^2}$

$=\sqrt{16+4}$

$=\sqrt{20}=\sqrt{4\times 5}$

$=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

إذن $PS=2\sqrt{5}\,\text{cm}$.

3. لدينا : $\overrightarrow{PS}\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{OT}\begin{pmatrix} x_T \\ y_T \end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{PS}=\overrightarrow{OT}$ معناه $x_T=4$ و $y_T=2$. إذن $T(4;2)$.

4. بما أن $\overrightarrow{PS}=\overrightarrow{OT}$ فإن الرباعي $STOP$ متوازي الأضلاع و بالتالي يقبل مركز تناظر هو منتصف القطر $[TP]$ و منتصف القطر $[OS]$. لدينا (مثلا):

$x_M=\frac{x_O+x_S}{2}=\frac{0+2}{2}=1$

و $y_M=\frac{y_O+y_S}{2}=\frac{0+4}{2}=2$

إذن $M(1;2)$.

5. تعليم النقطة $F(4;5)$.

حتى نبين أن النقط P ، S و F على استقامة واحدة، يكفي أن نبين أن $PS+SF=PF$.

لدينا : $PS=2\sqrt{5}$

$SF=\sqrt{(x_F-x_S)^2+(y_F-y_S)^2}=\sqrt{(4-2)^2+(5-4)^2}$

$SF=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{4+1}=\boxed{\sqrt{5}}$

$PF=\sqrt{(x_F-x_P)^2+(y_F-y_P)^2}=\sqrt{(4-(-2))^2+(5-2)^2}$

$SF=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{36+9}=\sqrt{45}=\sqrt{9\times 5}=\boxed{3\sqrt{5}}$

منه $PS+SF=2\sqrt{5}+\sqrt{5}=3\sqrt{5}=PS$

و هذا يعني أن $S\in[PF]$ إذن فالنقط P ، S ، F في استقامية.

6. أتمم باستعمال نقط الشكل مع التعليل :

(ا) $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OT}=\overrightarrow{OS}$ (قاعدة متوازي الأضلاع)

(ب) $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MT}=\vec{0}$ (لأن M منتصف $[TP]$)

لدينا أيضا : $\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{PM}=\vec{0}$.

(ج) $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{MT}=\overrightarrow{OT}$ (علاقة شال)

(د) $\overrightarrow{FS}+\overrightarrow{TO}=\overrightarrow{FS}+\overrightarrow{SP}=\overrightarrow{FP}$ (علاقة شال)