إمتحان تجـــريبي لشهادة التعليم المتوسط في مادة الرياضيات

متوسطة عين عائشة + متوسطة بن شعبـان(اختبارموحد) المدة : ساعتان دورة ماي 2016

التمرين الأول: (3 نقاط)

1)~ أوجـد $PGCD(2016; 1980)$.

2)~ a و b عددان حقيقيان حيث : $a = (3 + \sqrt{7})^2$ ، $b = 2\sqrt{16 + 6\sqrt{7}} - \sqrt{28}$.

~ أنشر وبسط العدد a .

3)~ استـــــنتج تبسيـــــطًا للعـــدد b .

4)~ حـــل المتراجحة الأتية : $2x + 6\sqrt{7} \geq a$.

التمرين الثاني: (3 نقاط)

1)~ أنشـر ثـــم بســـط العبـــارة M حيـــث : $M = 2(x - 1)(3x + 2)$.

2)~ حـلّل العـبارة S الى جـداء عـاملين حيث : $S = 6x^2 - 2x - 4 - (x - 5)(3x + 2)$.

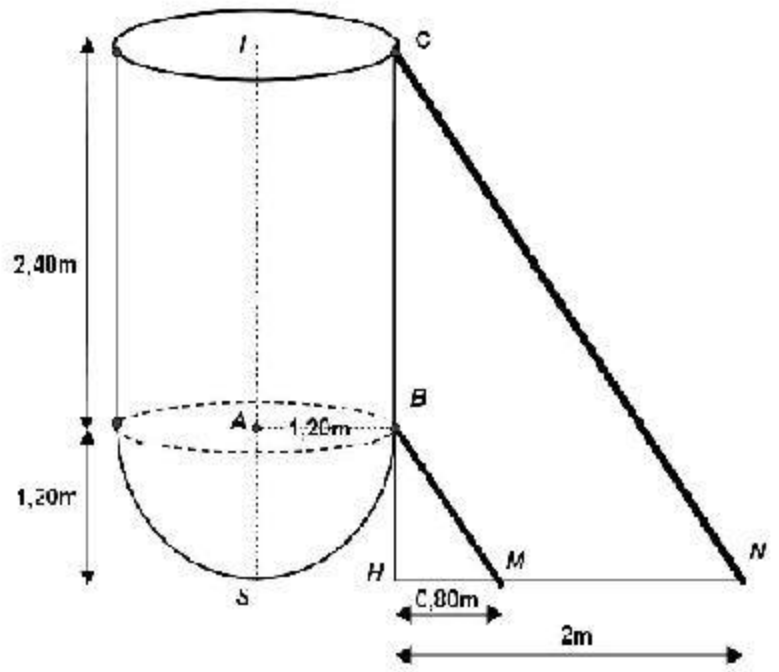
3)~ حل المعادلـــة الأتيـــــة : $(3x + 2)(x + 3) = 0$.

التمرين الثالث: (3 نقاط)

مخزن للحبوب مملوء بالقمح على شكل نصف كرة تعلوها اسطوانة

كمـــا هو موضح في الشكل المقابل :

حيث $AB = 1,20m$ ، $AI = 2,40m$.



1)~ أحسب سعة المخزن (علمًا أن حجم الكرة هو $\frac{4}{3}\pi r^3$ و $\pi \approx 3,14$)

2)~ بعد فترة إنخفض مستوى القمح بـ 40% .

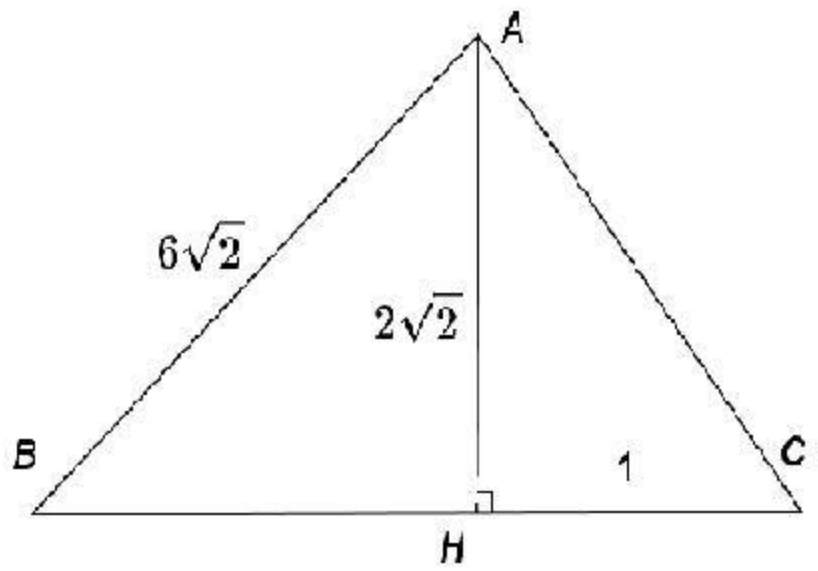
~ كـم أصبـح حجـــم القمح في المخزن .

3)~ لصيانة المخزن وضعنا عليه سلمين ممثلين بالقطعتين [BM] و[CN]

حيث $HN = 2m$ ، $HM = 0,80m$.

~ هـــل السلمان في وضعية توازي ؟ برّر اجابتك .

التمرين الرابع: (3 نقاط)



لاحظ الشكل المقابل جيّـــــدًا حيـــث : ABC مثلث ،

[AH] الإرتفاع المتعلق بالضلع [BC]

و $AB = 6\sqrt{2}$ ، $HC = 1$ ، $AH = 2\sqrt{2}$.

1)~ بيّـــن أن : $AC = 3$ و $BH = 8$.

2)~ بـــــــرهن أن : $\sin \widehat{B} = \cos \widehat{C}$.

3)~ أثبـــــــت أن المثلث ABC قائـــم في A .

المسألة: (الوضعية الإدماجية) (8 نقاط)

تنطلق سيارة V_1 من مدينة بئر التوتة نحو مدينة عين الدفلى مرورًا ببوفاريك ، و تنطلق سيارة V_2 من مدينة بوفاريك نحو مدينة عين الدفلى في نفس اللحظة .

ملاحظة :

الحركة منتظمة للسيارتين وتسيران في نفس الطريق .

السيارة V_2	السيارة V_1	معلومات عن السيارتين
216487	145732	العدد المسجل في عداد المسافات عند الإنطلاق
216615	145875	العدد المسجل في عداد المسافات عند الوصول
9h	9h	لحظة الإنطلاق
10h36mn	10h18mn	لحظة الوصول

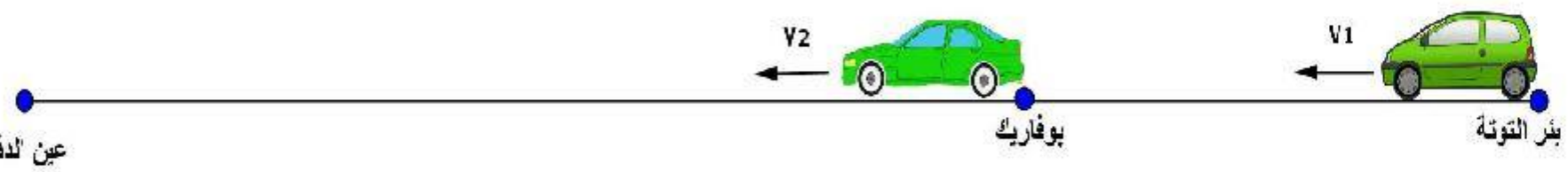
الجزء الأول :

1)~أ~ ماهي المسافة التي تقطعها كل سيارة للوصول الى عين الدفلى ؟

ب~ ماهي المدة المستغرقة لكل سيارة ؟

2)~ أحسب السرعة المتوسطة لكل سيارة بـ km/h.

3)~ ماهي المسافة الفاصلة بين السيارتين عند الإنطلاق ؟



الجزء الثاني :

نسمي x الزمن المستغرق بالساعات و y_1 المسافة التي تفصل السيارة V_1 عن بئر التوتة و y_2 المسافة التي تفصل السيارة V_2 عن بئر التوتة بالكيلومتر

1)~ عبّـــر عن y_1 ، y_2 بدلالـــــة x .

2) ~ مثـــل الدالتين السابقتين y_1 و y_2 في نفس المعلم المتعامد والمتجانس .

(خذ على محور الفواصل كل $\underline{1h}$ لكل $\underline{6cm}$ اي كل $10mn$ لكل $1cm$ ، وعلى محور التراتيب كل $\underline{10km}$ لكل $\underline{1cm}$).

3)~ أوجد لحظة إلتحـــــاق السيارة V_1 بالسيارة V_2 ، و المسافة المقطوعة عندئـــــذ بيانـــيًا ثـــم حسابيـــًا .

الجزء الثالث :

عند الوصول الى عين الدفلى تحصل صاحب السيارة V_1 من قائد الدرك الوطني هناك على الجدول الإحصائي التالي والذي يُمثل فئات العمر لعدد ضحايا حوادث المرور في عين الدفلى .

فئات العمر	$18 \le a < 25$	$25 \le a < 34$	$34 \le a < 48$	$48 \le a < 65$
عدد القتلى	45	96	73	36
التكرار المجمع الصاعد				
التواتر المجمع الصاعد				

1)~ أحسب الوسط الحسابي (المعدل) لأعمار القتلى ؟

2)~ انقـــــل وأتمم الجـــدول السابق ،ثم استنتج النسبة المئوية لعدد القتلى الذين عمرهم دون 34 سنة .

3)~ مـــــاهي القنة الوسيطية ؟

إنتهت المهمة : يتمنى لكم التوفيق و النجاح في نهاية التعليم المتوسط

حل الاختبار الأخير

التمرين الأول:

① إيجاد PGCD(2016 ; 1980):

$2016 = 1980 \times 1 + 36$

$1980 = 36 \times 55 + 0$

(0,75) PGCD(2016 ; 1980) = 36

② $a = (3+\sqrt{7})^2 = 3^2 + \sqrt{7}^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{7}$

$= 9 + 7 + 6\sqrt{7}$

(0,75) $a = 16 + 6\sqrt{7}$

③ $b = 2\sqrt{16+6\sqrt{7}} - \sqrt{28}$

$= 2\sqrt{(3+\sqrt{7})^2} - \sqrt{4 \times 7}$

$= 2 \times (3+\sqrt{7}) - 2\sqrt{7}$

(0,75) $= 6 + 2\sqrt{7} - 2\sqrt{7}$

$b = 6$

④ حل المتراجحة: $2x + 6\sqrt{7} \geq a$

$2x + 6\sqrt{7} \geq 16 + 6\sqrt{7}$

$2x \geq 16 + 6\sqrt{7} - 6\sqrt{7}$

(0,75) $2x \geq 16$

$x \geq \frac{16}{2}$

$x \geq 8$

كل الأعداد الأكبر أو تساوي 8 هي حلول لهذه المتراجحة.

التمرين الثاني:

① النشر:

$M = 2(x-1)(3x+2)$

$= 2(3x^2 + 2x - 3x - 2)$

$= 6x^2 + 4x - 6x - 4$

(1) $M = 6x^2 - 2x - 4$

② تحليل $S = 6x^2 - 2x - 4 - (x-1)(3x+2)$

$= 2(x-1)(3x+2) - (x-1)(3x+1)$

$= (3x+2)[2(x-1) - (x-1)]$

$= (3x+2)[2x - 2 - x + 1]$

(1) $S = (3x+2)(x+3)$

③ حل المعادلة: $(3x+2)(x+3) = 0$

$3x + 2 = 0$ أو $x + 3 = 0$

(1) $3x = -2$; $x = -3$

$x = -\frac{2}{3}$

التمرين الثالث:

① حساب سعة الخزان:

$V =$ حجم الاسطوانة + نصف حجم الكرة

$V = \pi r^2 \times h + \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$

$= 3{,}14 \times 1{,}2^2 \times 2{,}4 + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times 3{,}14 \times 1{,}2^3$

$= 10{,}85 + 3{,}61$

(1,25) $V \approx 14{,}46\ m^3$

② حساب حجم الفسخ:

$V = \left(1 - \frac{40}{100}\right) \times 14{,}46$

(0,75) $= 0{,}6 \times 14{,}46$

$V = 8{,}67\ m^3$

③ وضعية الطفلان:

نقارن بين النسبتين: $\frac{HB}{HC}$ و $\frac{HM}{HN}$

$\frac{HM}{HN} = \frac{0{,}30}{2} = 0{,}4$ ... ①

$\frac{HB}{HC} = \frac{1{,}20}{3{,}60} = 0{,}33$ ... ②

(1) من ① و ② نستنتج أن:

$\frac{HM}{HN} \neq \frac{HB}{HC}$

وعليه: $(CN) \not\parallel (BM)$

إذن الطفلان غير متوازيان.

التمرين الرابع:

① إثبات أن: $AC = 3$:

بتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث HCA قائم في H:

(0,75) $AC^2 = HC^2 + HA^2$

$= 1^2 + (\sqrt{2})^2$

$= 1 + 2$

$AC^2 = 3$

$AC = \sqrt{3}$

$AC = 3$

إثبات أن: $BH = 3$

بتطبيق نظرية فيثاغورس على المثلث HAB قائم في H:

$HB^2 + HA^2 = AB^2$

$HB^2 = AB^2 - HA^2$

$HB^2 = (6\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{2})^2$

$= 72 - 8$

$HB^2 = 64$

$HB = \sqrt{64}$

$\boxed{HB = 8}$

② لنبيّن أن: $\sin\hat{B} = \cos\hat{C}$

في المثلث القائم HAB:

$\sin\hat{B} = \frac{HA}{BA} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ... ①

لدينا في المثلث القائم HCA

$\cos\hat{C} = \frac{HC}{CA} = \frac{1}{3}$ ... ②

من ① و ② نستنتج أن: $\boxed{\sin\hat{B} = \cos\hat{C}}$

③ لنبيّن أن المثلث ABC قائم في A

نبرهن أن: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AB^2 + AC^2 = (6\sqrt{2})^2 + 3^2$

$= 72 + 9$

$AB^2 + AC^2 = 81$ ... ①

$BC^2 = (8+1)^2 = 9^2 = 81$ ... ②

من ① و ② نستنتج: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

ومنه المثلث ABC قائم في A حسب نظرية فيثاغورس العكسية.

المسألة:

الجزء I:

① ⓐ المسافة التي تقطعها V_1:

$d_1 = 145875 - 145732 = \boxed{143\ Km}$

المسافة التي تقطعها V_2:

$d_2 = 216615 - 216487 = \boxed{128\ Km}$

ⓑ المدة المستغرقة لـ V_1:

$T_1 = 10h\,48mn - 9h = 1h\,48mn = \boxed{1,3h}$

المدة المستغرقة لـ V_2:

$T_2 = 10h\,36mn - 9h = 1h\,36mn = \boxed{1,6h}$

② حساب سرعة V_1:

$V_1 = \frac{d_1}{T_1} = \frac{143}{1,3} = \boxed{110\ Km/h}$

حساب سرعة V_2:

$V_2 = \frac{d_2}{T_2} = \frac{128}{1,6} = \boxed{80\ Km/h}$

③ المسافة الفاصلة بين السيارتين:

$143 - 128 = \boxed{15\ Km}$

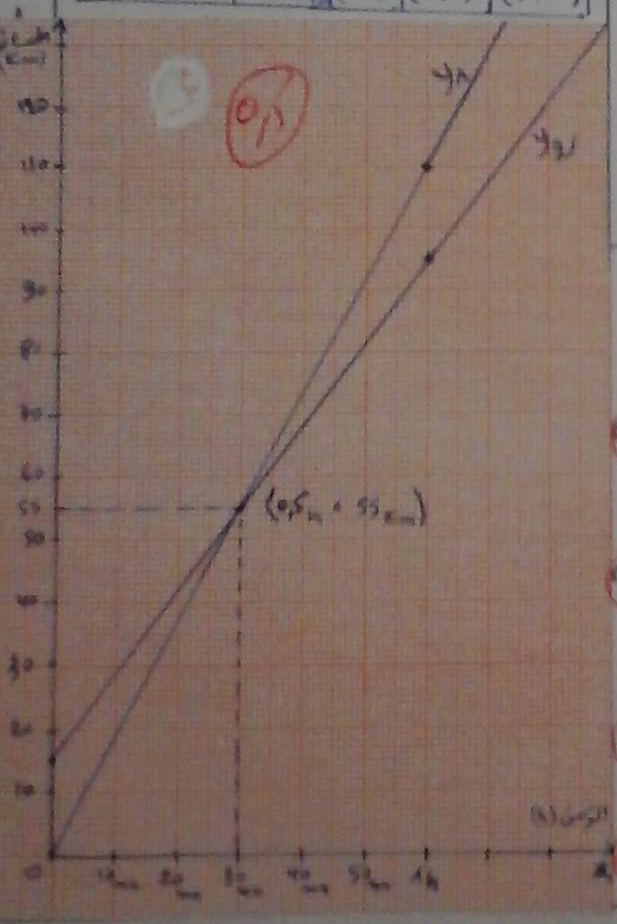
الجزء II:

① * $y_1 = 110x$

* $y_2 = 80x + 15$

② تمثيل الدالتين:

x	0	1	x	0	1
y_2	15	95	y_1	0	110
$(x;y)$	$(0;15)$	$(1;95)$	$(x;y)$	$(0;0)$	$(1;110)$



④ حسب المبيانات فاصلة نقطة التقاطع هي $x_0 = 30$ و $y_0 = 91$ و ترتيبة نقطة التقاطع هي 55

1) V_1 تمثل السرعة بالنسبة V_2 بالنسبة لحدود (بعض ساعة) في مدة الساعة $10 km$

وتكون المسافة المقطوعة عند ذلك $55 km$

وحسابيا: نحل المعادلة:

$$110n - 3n = 91$$
$$110n - 3n = 91$$
$$30n = 91$$
$$n = \frac{91}{30}$$
$$n = 91$$

نعوض x بقيمته في المعادلة فنجد:

$$y = 110 \times 91$$
$$y = 55$$

يكون V_1 بالنسبة V_2 بالنسبة $30 km$ المسافة المقطوعة عندئذ $55 km$

الجزء III :

1) حساب الوسط الحسابي:

مركز الفئة ① : $\frac{15+21}{2} = 18$

مركز الفئة ② : $\frac{21+27}{2} = 24$

مركز الفئة ③ : $\frac{27+33}{2} = 30$

مركز الفئة ④ : $\frac{33+39}{2} = 36$

$$\bar{a} = \frac{18 \times 45 + 24 \times 96 + 30 \times 73 + 36 \times 36}{45 + 96 + 73 + 36}$$

$$\bar{a} = \frac{8526}{250}$$

$$\bar{a} = 35,304$$

المعدل

②

فئات العمر	التكرار	التكرار المجمع الصاعد	التكرار المجمع الصاعد	التكرار المجمع الصاعد
عدد المشتل	45	96	73	36
التكرار المجمع الصاعد	45	141	214	250
التكرار المجمع الصاعد	$\frac{45}{250}$ = 0,18	0,564	0,856	1

النسبة المئوية للعدد المشتل الذي عمرهم دون 24 سنة هي: $0,564 \times 100$

أي: $56,4\%$

③ المئينة الوسيطية:

الترتيبة التي تقع فيها المئينات الموجودتين في وسط السلسلة هي: $\frac{250}{2} = 125$

و (126)

المرتبتين 125 و 126 تقعان في الفئة الثانية

أي $[21 ; 27[$

و هي الفئة الوسيطية.