الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات**

متوسطة عبد الحميد بن باديس – الدوار الجديد – مستغانم — **دورة : مارس 2023**

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات – 4 متوسط — **المدة : ساعتان**

الجزء الأول : (**12 نقطة**)

التمرين الأول : (**03 نقاط**)

إليك العددين M و N حيث :

$$M = 3\sqrt{112} \quad 8\sqrt{7} + \sqrt{175} \quad ; \quad N = (4 + 7\sqrt{2})(7\sqrt{2} \quad 4)$$

1/ أكتب العدد M على أبسط شكل ممكن.

2/ بين أن N عدد طبيعي .

3/ أثبت أن : $\frac{M^2}{3} = 2N + 25$.

التمرين الثاني : (**03 نقاط**)

لتكن العبارة الجبرية E حيث :

$$E = (5x \quad 6)^2 \quad x(5x \quad 6)$$

1/ أنشر ثم بسط العبارة E .

2/ حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

3/ حل المعادلة : $(4x \quad 6)(5x \quad 6) = 0$.

التمرين الثالث : (**03 نقاط**)

EFG مثلث متساوي الساقين حيث: $EF = EG = 4\ cm$; $FG = \frac{3}{2}EF$

1/ أنشئ النقطتين M و N حيث :

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GM} \quad ; \quad \overrightarrow{FN} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG}$$

2/ برهن أن : $(EM) \perp (FG)$.

3/ بين أن النقط M , G , N في استقامية .

التمرين الرابع : (**03 نقاط**)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ حيث وحدة الطول هي السنتيمتر .

1/ علم النقط : $A(4\ ;1)$; $B(\ \ 2;3)$; $C(0;\ \ 1)$

2/ أحسب القيمة المضبوطة للطول **AC** .

ثم بين نوع المثلث ABC علما أن : $AB = 2\sqrt{10}\ cm$; $BC = 2\sqrt{5}\ cm$

3/ لتكن M نقطة من $[AB]$ حيث: (CM) متوسط للمثلث ABC . أحسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{CM}$.

الجزء الثاني : (08 نقاط)

المسألة

I. يملك السيد أيوب قطعة أرض مستطيلة الشكل حيث الفرق بين طولها و عرضها **84 m** و مجموعهما **276 m**

- أحسب طول و عرض هذه القطعة .

II. السيد أيوب يريد استثمار قطعة أرضه المستطيلة الشكل بتحويلها إلى حديقة للألعاب و التسلية لذا قام بوضع أعمدة إنارة على محيط هذه القطعة بحيث المسافة بين كل عمودين متتاليين متساوية و أكبر ما يمكن مع وضع عمود في كل ركن . إذا علمت أن :

- بعدي قطعة الأرض $180\ m$ و $96\ m$.
- ثمن عمود الإنارة الواحد هو : $30\ 000\ DA$.
- كل عمود إنارة يحتوي على مصباحين .
- يتراوح ثمن المصباح الواحد حسب الجودة من $200\ DA$ إلى $1\ 400\ DA$.
- تكلفة نقل و تركيب الأعمدة و المصابيح هي : $23\ 000\ DA$.
- خصص أيوب لهذا المشروع مبلغ : **1 449 000 DA** .

- ساعد أيوب في معرفة أكبر ثمن للمصباح الواحد الذي من أجله لا يتجاوز المبلغ المخصص لهذا المشروع .

عند مسح هذا الرمز عبر تطبيق QR CODE على هاتفك الذكي
ستتطلع على الحل النموذجي لهذا الموضوع مع سلم التنقيط .
سيعمل هذا الرمز عند انتهاء فترة الاختبار

حل التمرين الأول :

1/ كتابة العدد M على أبسط شكل ممكن .

$$M = 3\sqrt{112} \quad 8\sqrt{7} + \sqrt{175}$$
$$M = 3\sqrt{16 \times 7} \quad 8\sqrt{7} + \sqrt{25 \times 7}$$
$$M = 3 \times 4\sqrt{7} \quad 8\sqrt{7} + 5\sqrt{7}$$
$$M = 12\sqrt{7} \quad 8\sqrt{7} + 5\sqrt{7}$$
$$M = (12 \quad 8 + 5)\sqrt{7}$$
$$M = 9\sqrt{7}$$

1 ن

2/ إثبات أن العدد N هو عدد طبيعي .

$$N = (4 + 7\sqrt{2})(7\sqrt{2} \quad 4)$$
$$N = (7\sqrt{2} + 4)(7\sqrt{2} \quad 4)$$
$$N = (7\sqrt{2})^2 \quad 4^2$$
$$N = 49 \times 2 \quad 16$$
$$N = 98 \quad 16$$
$$N = 82$$

1 ن

3/ إثبات أن : $\frac{M^2}{3} = 2N + 25$

لدينا

$$\frac{M^2}{3} = \frac{(9\sqrt{7})^2}{3} = \frac{81 \times 7}{3} = \frac{567}{3} = 189$$

و

$$2N + 25 = 2 \times 82 + 25 = 164 + 25 = 189$$

إذن :

$$\frac{M^2}{3} = 2N + 25$$

1 ن

حل التمرين الثاني :

1/ نشر و تبسيط العبارة E .

$$E = (5x \quad 6)^2 \quad x(5x \quad 6)$$
$$E = (5x)^2 + 6^2 \quad 2 \times 5x \times 6 \quad 5x^2 + 6x$$
$$E = 25x^2 + 36 \quad 60x \quad 5x^2 + 6x$$
$$E = 20x^2 \quad 54x + 36$$

1 ن

2/ تحليل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

$$E = (5x \quad 6)^2 \quad x(5x \quad 6)$$
$$E = (5x \quad 6)(5x \quad 6) \quad x(5x \quad 6)$$
$$E = (5x \quad 6)[(5x \quad 6) \quad x]$$
$$E = (5x \quad 6)(5x \quad 6 \quad x)$$
$$E = (5x \quad 6)(4x \quad 6)$$

1 ن

3/ حل المعادلة : $(5x \quad 6)(4x \quad 6) = 0$

$$(5x \quad 6)(4x \quad 6) = 0$$

$5x \quad 6 = 0$ أو $4x \quad 6 = 0$

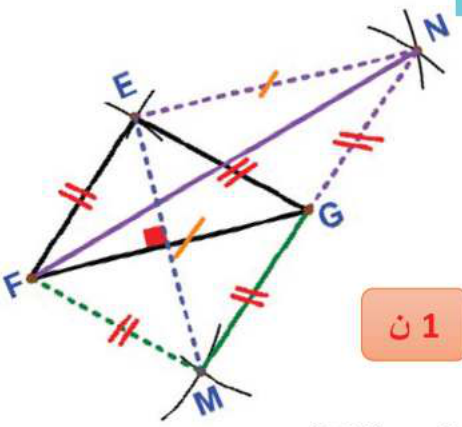
$5x = 6$ أو $4x = 6$

$x = \frac{6}{5}$ أو $x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

للمعادلة حلين هما $\frac{3}{2}$ و $\frac{6}{5}$

حل التمرين الثالث :

1/ الإنشاء :



$$FG = \frac{3}{2}EF$$
$$FG = \frac{3}{2} \times 4$$
$$FG = 6\ cm$$

1 ن

2/ إثبات أن : $(EM) \perp (FG)$

لدينا $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GM}$ إذن الرباعي FEGM متوازي أضلاع 1

1 ن

ولدينا من المعطيات : $EF = EG$ 2

- من 1 و 2 نستنتج أن الرباعي FEGM متوازي أضلاع فيه كل ضلعين متتاليين متقايسين و بالتالي هو : معين وبما أنه معين فإن قطراه متناصفان و متعامدان

إذن : $(EM) \perp (FG)$

3/ إثبات أن النقط M ، G ، N في استقامية .

لدينا $\overrightarrow{FN} = \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FG}$ إذن الرباعي FENG متوازي أضلاع و منه : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{NG}$ 1

1 ن

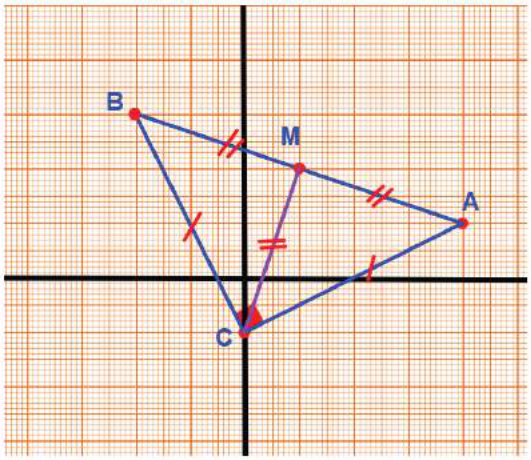
و لدينا من المعطيات : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GM}$ 2

- من 1 و 2 نستنتج أن : $\overrightarrow{NG} = \overrightarrow{GM}$ و منه النقطة G منتصف القطعة $[MN]$

و بالتالي النقط M ، G ، N في استقامية .

حل التمرين الرابع :

1/ تعليم النقط



0,5 ن

2/ حساب القيمة المضبوطة للطول AC .

$$AC = \sqrt{(0 \quad 4)^2 + (\ 1 \quad 1)^2}$$
$$AC = \sqrt{(\ 4)^2 + (\ 2)^2}$$
$$AC = \sqrt{16 + 4}$$
$$AC = \sqrt{20}$$
$$AC = \sqrt{4 \times 5}$$
$$AC = 2\sqrt{5}\ cm$$

0,75 ن

نوع المثلث ABC .

لدينا

$$AB^2 = \left(2\sqrt{10}\right)^2 = 4 \times 10 = 40$$
$$BC^2 + AC^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{5}\right)^2$$
$$= 4 \times 5 + 4 \times 5$$
$$= 20 + 20$$
$$= 40$$

0,75 ن

بما أن $AB^2 = BC^2 + AC^2$ فإن حسب نظرية فيتاغورس العكسية المثلث ABC قائم في C 1

و لدينا $BC = AC = 2\sqrt{5}$ معناه أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي C 2

من 1 و 2 نستنتج أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين

3/ حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{CM}$.

لدينا النقطة M من $[AB]$ و (CM) متوسط للمثلث ABC معناه أن النقطة M منتصف القطعة $[AB]$

و بالتالي :

$$M\left(\frac{4 + (\ 2)}{2}; \frac{1 + 3}{2}\right)$$
$$M\left(\frac{2}{2}; \frac{4}{2}\right)$$
$$M(1; 2)$$

0,5 ن

$$\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x_M & x_C \\ y_M & y_C \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & (\ 1) \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 + 1 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

0,5 ن

حل المسألة :

الجزء 01 :

- حساب طول و عرض هذه القطعة :

نرمز لطول قطعة الأرض المستطيلة الشكل ب : x

و لعرضها ب : y

فنتحصل على جملة المعادلتين التالية :

$$\begin{cases} x \quad y = 84 & \ldots\ldots\ldots\ 1 \\ x + y = 276 & \ldots\ldots\ldots\ 2 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين 1 و 2 طرفا لطرف فنجد :

$$x \quad y + x + y = 84 + 276$$
$$2x = 360$$
$$x = \frac{360}{2}$$
$$x = 180$$

نعوض قيمة x ب 180 في المعادلة 2 فنجد :

$$180 + y = 276$$
$$y = 276 \quad 180$$
$$y = 96$$

حل هذه الجملة هي الثنائية : $(180; 96)$

و بالتالي : طول هذه القطعة : $180\ m$

و عرضها : $96\ m$

الجزء 02 :

مساعدة أيوب في معرفة أكبر ثمن للمصباح الواحد الذي من أجله لا يتجاوز المبلغ المخصص لهذا المشروع .

1/ حساب عدد أعمدة الإنارة و ليكن L

أولا نقوم بحساب أكبر مسافة بين كل عمودين متتالين أي حساب : $PGCD(180; 96)$

$$180 = 96 \times 1 + 84$$
$$96 = 84 \times 1 + 12$$
$$84 = 12 \times 7 + 0$$

إذن : $PGCD(180; 96) = 12$

ثانيا : نقوم بحساب محيط قطعة الأرض .

$$P = (180 + 96) \times 2 = 276 \times 2 = 552\ m$$

ومنه :

$$L = \frac{552}{12} = 46$$

2/ حساب عدد المصابيح و ليكن K

$$K = 46 \times 2 = 92$$

3/ حساب أكبر ثمن للمصباح الواحد الذي من أجله لا يتجاوز المبلغ المخصص لهذا المشروع .

ليكن x هو ثمن المصباح الواحد

إذن :

- تكلفة شراء المصابيح بدلالة x هي : $92x$
- و لدينا تكلفة شراء أعمدة الإنارة :

$$46 \times 30\,000 = 1\,380\,000\ DA$$

وبالتالي :

المبلغ المخصص لهذا المشروع	تكلفة النقل و التركيب	تكلفة شراء أعمدة الإنارة	تكلفة شراء المصابيح

$$92x + 1\,380\,000 + 23\,000 \leq 1\,449\,000$$
$$92x + 1\,403\,000 \leq 1\,449\,000$$
$$92x \leq 1\,449\,000 \quad 1\,403\,000$$
$$92x \leq 46\,000$$
$$x \leq \frac{46\,000}{92}$$
$$x \leq 500$$

أكبر ثمن للمصباح الواحد الذي من أجله لا يتجاوز المبلغ المخصص لهذا المشروع هو : $500\ DA$

شبكة تصحيح المسألة

المعيار	الشرح	المؤشرات	سلم التنقيط	العلامة النهائية
م1	ترجمة الوضعية إلى صياغة رياضياتية سليمة	• الترميز بحرف لكل من طول و عرض قطعة الأرض • كتابة جملة معادلتين التي تسمح بحساب طول و عرض القطعة • استعمال القاسم المشترك الأكبر في حساب أكبر مسافة بين كل عمودين متتاليين • كتابة عبارة مناسبة لحساب عدد أعمدة الإنارة • كتابة عبارة مناسبة لحساب عدد المصابيح • كتابة عبارة مناسبة لحساب تكلفة شراء أعمدة الإنارة • التعبير عن ثمن المصباح الواحد بحرف • التعبير عن ثمن شراء المصابيح بدلالة ذلك الحرف • كتابة المتراجحة (أو المعادلة) مناسبة تترجم الوضعية • استخلاص الإجابة لغويا	0 ن لعدم وجود أي مؤشر 1 ن لوجود مؤشرين أو ثلاثة 2 ن من 4 إلى 6 مؤشرات أكثر من 6 مؤشرات العلامة كاملة	03
م2	نتائج العمليات صحيحة حتى و ان كانت هذه العمليات لا تناسب الحل	• حساب عرض و طول قطعة الأرض صحيح وفق العبارة المكتوبة و ان كانت غير مناسبة • حساب اكبر مسافة بين كل عمودين متتاليين باستعمال القاسم المشترك الإكبر صحيح • حساب عدد أعمدة الإنارة صحيح وفق العبارة المكتوبة و إن كانت غير مناسبة • حساب عدد المصابيح صحيح وفق العبارة المكتوبة و إن كانت غير مناسبة • حساب تكلفة شراء أعمدة الإنارة صحيح وفق العبارة المكتوبة و إن كانت غير مناسبة • الحل الصحيح لمتراجحة (أو لمعادلة) الوضعية حتى و إن كانت غير مناسبة • التعليق على الحل بشكل صحيح .	0 ن لعدم وجود أي مؤشر 1 ن لوجود مؤشر أو مؤشرين 2 ن من 3 إلى 4 مؤشرات أكثر من 4 مؤشرات العلامة كاملة	03
م3	تسلسل منطقي للمراحل و النتائج معقولة و الوحدات محترمة	• التسلسل المنطقي للأجوبة • معقولية النتائج • احترام الوحدات	0 لعدم وجود أي مؤشر 0,5 لوجود مؤشر واحد 1 لوجود مؤشرين أو أكثر	01
م4	الورقة نظيفة و منظمة و مكتوبة بخط واضح	• عدم التشطيب • النتائج بارزة • مقروئية الكتابة	0 نقطة لوجود أقل من مؤشرين 1 لوجود مؤشرين أو أكثر	01

م1 : التفسير السليم للوضعية | م2 : الإستعمال السليم للأدوات | م3 : الإنسجام | م4 : الإتقان