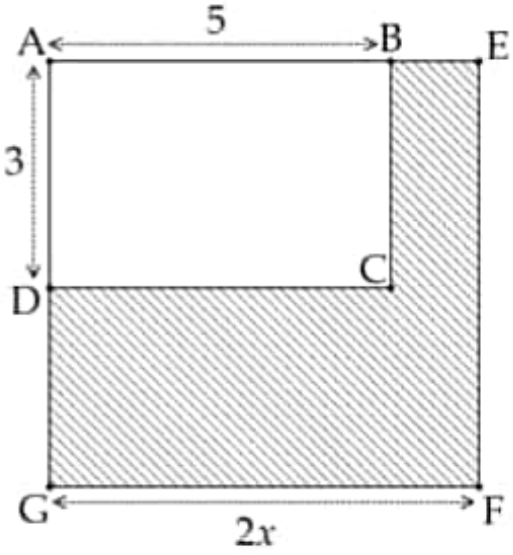
تتسارع وتيرة التطور التقني و الرقمي في حياتنا وتزداد معه سهولة توفير الخدمات، فيما يلي نرى تطوير مركز لتوزيع الطرود البريدية.

الجزء الأول:

بغرض تجهيز مركز لتوزيع الطرود البريدية بمعدات جديدة تتم توسعته (الشكل [01]، وحدة الطول هي dam، x عدد موجب)، حيث المستطيل $ABCD$ يمثل المركز قبل التوسعة و المربع $AEFG$ يمثل المركز بعد التوسعة. نريد إيجاد المساحة المُضافة اللازمة مع الأخذ بعين الاعتبار التكلفة المخصصة لذلك.



الشكل [01]

1) حلّل العبارة $4x^2-36$.

2) جد مساحتي المركز قبل التوسعة و بعد التوسعة (بدلالة x)
ثم استنتج عبارة المساحة المُضافة بدلالة x.

3) بعد مراجعات للتكلفة المالية للمشروع قرر مدير المركز أن تكون المساحة المضافة $21\ dam^2$.

- بيّن أن هذا الشرط يمكن كتابته بمعادلة من الشكل $(ax+b)(ax-b)=0$ مع تعيين العددين الطبيعيين a و b.
- جد قيمة x في هذه الحالة.

الجزء الثاني:

يقتني المركز آلات لتصنيع العلب المخصصة للطرود، لذلك طرح مناقصة لتزويده بمادة الورق المقوى فتلقى العرضين التاليين:

العرض الأول: $500\ DA$ للرزمة الواحدة من الورق.

العرض الثاني: $200\ DA$ للرزمة الواحدة من الورق مع دفع مساهمة سنوية مقدرة بـ $6000\ DA$.

1) باعتبار x هو عدد الرزم، جد قيم x التي من أجلها يكون العرض الثاني أفضل من العرض الأول.

2) استنتج العرض المناسب لهذا المركز إذا علمت أن الاستهلاك السنوي له من مادة الورق هو 18 رزمة.

الجزء الثالث:

يتم انتقال الطرود داخل المركز بين مختلف المصالح عن طريق روبوتات تتحرك على شبكة مرصوفة مثبتة في سقف المركز (الشكل [02]، المعلم متعامد و متجانس) حيث يتوسط الشبكة مركز التحكم O.

1) تتموقع في النقط E ، F و H ثلاث روبوتات.

- بيّن طبيعة المثلث الذي تشكله هذه الروبوتات إذا علمت أن: $EF=4\,dam$ و $FH=2\sqrt{13}\,dam$

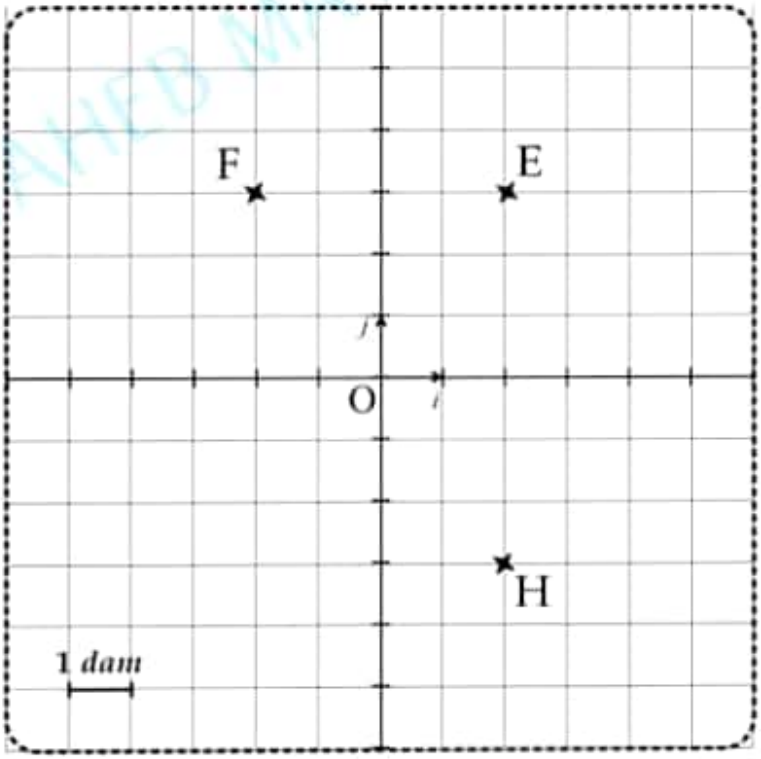
Scanned with CamScanner

2) لكثرة الطرود الواردة يتم تشغيل روبوت رابع في الموقع G، بحيث $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$.

- جد حسابيا احداثيتي الروبوت G.

3) في معلم متعامد و متجانس مبدؤه O، علّم مواقع الروبوتات الأربع E، F، G و H.

- بيّن أن: $\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OG} - \overrightarrow{EH} = \vec{0}$.



الشكل [02]

WAHEB MATH CLUB

Scanned with CamScanner

الجزء الأول :

1) تحليل العبارة $4x^2 - 36$:

$4x^2 - 36 = (2x)^2 - 6^2$

$\boxed{4x^2 - 36 = (2x-6)(2x+6)}$

2) إيجاد المساحات التالية :

S_{ABCD} : مساحة المركز قبل التوسعة :

لدينا : $S_{ABCD} = 5 \times 3$

$\boxed{S_{ABCD} = 15\ dam^2}$ ومنه :

S_{AEFG} : مساحة المركز بعد التوسعة :

$S_{AEFG} = (2x)^2$

$\boxed{S_{AEFG} = 4x^2\ dam^2}$

S : المساحة المضافة بالـ dam^2 .

$S = S_{AEFG} - S_{ABCD}$

$\boxed{S = 4x^2 - 15\ dam^2}$

3) تبيان أن شرط مدير المركز يكتب بالمعادلة من الشكل $(ax+b)(ax-b) = 0$:

لدينا، $S = 21$

أي $4x^2 - 15 = 21$

أي $4x^2 - 15 - 21 = 0$

أي $4x^2 - 36 = 0$

ومنه : $\boxed{(2x-6)(2x+6) = 0}$

$\boxed{a = 2 \ ; \ b = 6}$

• إيجاد قيم x في هذه الحالة :

نحل المعادلة : $(2x-6)(2x+6) = 0$

إما : $2x + 6 = 0$

أي : $2x = -6$

ومنه : $x = -3$ (حل مرفوض).

أو : $2x - 6 = 0$

أي $2x = 6$

ومنه : $x = 3$

إذن قيمة x التي تجعل المساحة المضافة $21\ dam^2$ هي : $3\ dam$.

الجزء الثاني :

1) إيجاد قيم x التي يكون من أجلها العرض الثاني أفضل من العرض الأول :

لدينا : x هو عدد الرزم .

فيكون :

P_1 : الثمن المدفوع بالعرض الأول هو :

$P_1 = 500x$

P_2 : الثمن المدفوع بالعرض الثاني هو :

$P_2 = 200x + 6000$

P_2 أفضل من P_1 أي $P_2 < P_1$

ومنه : $200x + 6000 < 500x$

أي، $200x - 500x < -6000$

$-300x < -6000$

$\frac{-300x}{-300} > \frac{-6000}{-300}$

ومنه : $x > 20$

إذن يكون العرض الثاني أفضل من العرض الأول لما يكون عدد الرزم (x) أكبر من 20 .

2) العرض المناسب للمركز هو العرض الأول لأن $x < 20$.

WAHEB MATH CEM

Scanned with CamScanner

الجزء الثالث :

1) تبيان طبيعة المثلث EFH :

نحسب الطول EH :

لدينا $EH = \sqrt{(x_H - x_E)^2 + (y_H - y_E)^2}$.

ومنه $EH = \sqrt{(2-2)^2 + (-3-3)^2}$

أي $EH = \sqrt{0^2 + (-6)^2}$

$EH = \sqrt{36}$

إذن $EH = 6$ dam

لدينا :

$FH^2 = (2\sqrt{13})^2 = 4 \times 13 = 52$

و $EH^2 + EF^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$

بما أن : $FH^2 = EH^2 + EF^2$

فإن المثلث EFH قائم في E حسب عكس خاصية فيثاغورس .

2) إيجاد احداثيتي G حسابيا :

لدينا : $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} -2-2 \\ 3-3 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix}$

ومنه : $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$

نفرض : $G(x\,;y)$:

لدينا . $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix} x_G - x_H \\ y_G - y_H \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix} x-2 \\ y+3 \end{pmatrix}$.

بما أن : $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$

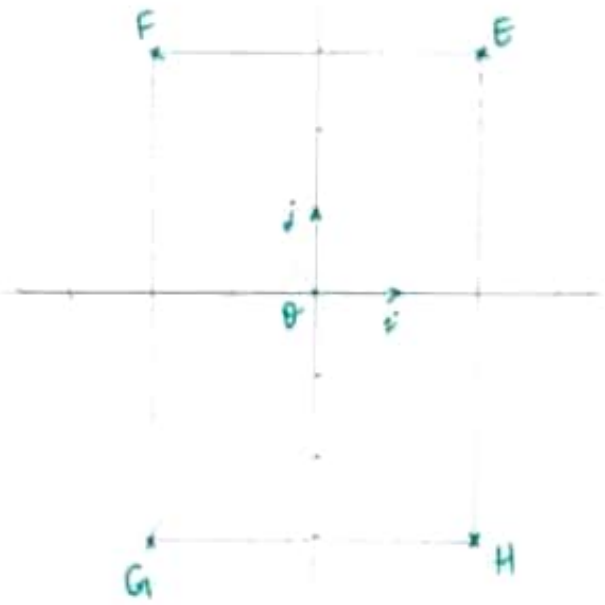
فإن :

$x - 2 = -4$ أي $x = -4 + 2$ ومنه $x = -2$

و $y + 3 = 0$ أي $y = -3$

إذن $\boxed{G(-2\,;-3)}$

3) تعليم النقط E ، F ، G ، H و θ معلم متعامد ومتجانس :



* تبيان أن : $\overrightarrow{\theta H} + \overrightarrow{\theta G} - \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{0}$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{\theta H} + \overrightarrow{\theta G} - \overrightarrow{EH} &= \overrightarrow{\theta H} + \overrightarrow{\theta G} + \overrightarrow{HE} \\
&= \overrightarrow{\theta H} + \overrightarrow{HE} + \overrightarrow{\theta G} \\
&= \overrightarrow{\theta E} + \overrightarrow{\theta G} \\
&= \overrightarrow{\theta E} + \overrightarrow{E\theta} \\
&= \overrightarrow{\theta\theta} \\
&= \overrightarrow{0}.
\end{aligned}$$

WAHEB MATHS

Scanned with CamScanner