



دورة: 2022

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الحسابية التي أساسها r وحدها الأول u_0 حيث: $u_0 = 3$ و $u_0 + u_1 = 8$

(1) بيّن أنّ: $r = 2$ ثم اكتب عبارة u_n بدلالة n واحسب u_{1443}

(2) بيّن أنّ: 4047 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثم احسب المجموع S حيث: $S = u_{1443} + u_{1444} + \dots + u_{2022}$

(3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(أ) بيّن أنّ: $S_n = n^2 + 4n + 3$

(ب) عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 120$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عدنان طبيعيين حيث: $a = 2022$ و $b = 1443$

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من a و b على 5 ثم استنتج أنّ: $a + b \equiv 0[5]$

(2) (أ) تحقّق أنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + a^2 + a^3)$ على 5 هو 4

(ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $(a + a^2 + a^3 + n)$ القسمة على 5

(3) تحقّق أنّ: $a + b + 4 \equiv -1[5]$ ثم بيّن أنّ العدد $(a + b + 4)^b + (a + b + ab)^a$ يقبل القسمة على 5

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أحسب $f'(x)$ ثم ادرس اتجاه تغيّر الدالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

(3) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 1

(4) (أ) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x) = (1-x)(x-3)$

(ب) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(5) حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = -3$ ثم استنتج فاصلتي النقطتين من (C_f) اللتين ترتيبيتهما -3.

(6) أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عدنان طبيعيان حيث باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9 هو 8 و $a+b \equiv 3[9]$

(1) بيّن أنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 9 هو 4

(2) تحقّق أنّ العددين b و 103 متوافقان بترديد 9

(3) أ) بيّن أنّ: $a \equiv -1[9]$ و $103^3 \equiv 1[9]$

ب) تحقّق أنّ: $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]$

(4) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $a^{2022} + 103^3 + n \equiv 0[9]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية التي أساسها q موجب تماما وحدها الأول u_0 حيث: $u_0 = 3$ و $u_0 + u_1 + u_2 = 21$

(1) بيّن أنّ $q^2 + q - 6 = 0$ ثم استنتج أنّ $q = 2$

(2) أحسب u_1 و u_2

(3) أ) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n

ب) هل العدد 96 حد من حدود المتتالية (u_n) ؟

(4) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

ب) عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 93$ (لاحظ أنّ: $32 = 2^5$)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (x-2)^2(2x+1)$ ،

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = 2(x-2)(3x-1)$

(4) أ) أدرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R}

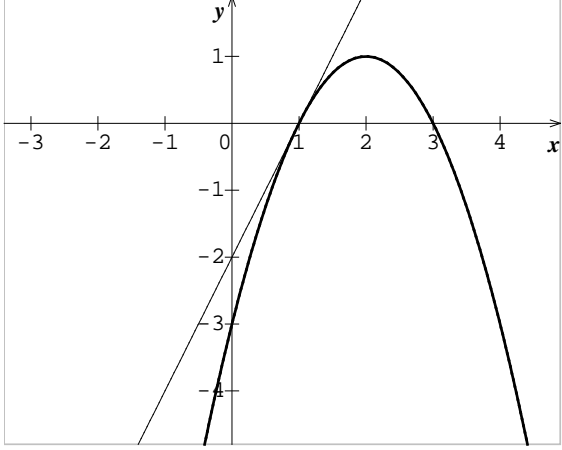
ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f على \mathbb{R} ثم شكّل جدول تغيراتها.

(5) أكتب معادلة Γ مماس المنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0

(6) أ) تحقّق أنّ المنحنى (C_f) يشمل النقطتين $A(2; 0)$ و $B\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$

ب) أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)												
مجموع	مجزأة													
التمرين الأول: (06 نقاط)														
2.50	0.50+0.50	لدينا : $u_0 + u_1 = 8$ معناه $2u_0 + r = 8$ ومنه $r = 2$												
	0.50+0.50	$u_n = u_0 + nr$ ومنه $u_n = 2n + 3$												
	0.5	$u_{1443} = 2(1443) + 3 = 2889$												
02	0.50+0.50	$u_n = 4047$ ومنه $2n + 3 = 4047$ ومنه $n = 2022$												
	0.50+0.50	$S = \frac{2022 - 1443 + 1}{2}(u_{1443} + u_{2022})$ ومنه $S = 290(2889 + 4047) = 2011440$												
01.5	0.50+0.50	أ- $S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = n^2 + 4n + 3$												
	0.25+0.25	ب- $S_n = 120$ ومنه $n^2 + 4n + 3 = 120$ ومنه $n = 9$												
التمرين الثاني: (06 نقاط)														
02	0.50+0.50	$2022 = 5 \times 404 + 2$ ومنه $a \equiv 2[5]$ $1443 = 5 \times 288 + 3$ ومنه $b \equiv 3[5]$												
	0.50+0.50	استنتاج : $a + b \equiv 2 + 3[5]$ ومنه $a + b \equiv 0[5]$												
02	0.50+0.50	أ- التحقق $a + a^2 + a^3 \equiv 2 + 4 + 8[5]$ ومنه $a + a^2 + a^3 \equiv 4[5]$												
	0.50+0.50	ب- قيم n $a + a^2 + a^3 + n \equiv 0[5]$ معناه $n + 4 \equiv 0[5]$ ومنه $n = 5k + 1$												
02	01	- التحقق : $a + b + 4 \equiv 0 + 4[5]$ ومنه $a + b + 4 \equiv -1[5]$												
	0.50+0.50	-تبيان $(a + b + ab)^a + (a + b + 4)^b \equiv 1^{2022} + (-1)^{1443}[5]$ ومنه $(a + b + ab)^a + (a + b + 4)^b \equiv 0[5]$												
التمرين الثالث: (08 نقاط)														
01	0.50+0.50	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$												
02.5	01	- حساب $f'(x) = -2x + 4$												
	0.50	- إشارة $f'(x)$												
	0.25+0.25	- f متزايدة تماما على $]-\infty; 2]$ ومتناقصة تماما على $[2; +\infty[$												
0.5	- جدول تغيرات f	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗ 1 ↘</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-\infty$	↗ 1 ↘	$-\infty$
x	$-\infty$	2	$+\infty$											
$f'(x)$	+	0	-											
$f(x)$	$-\infty$	↗ 1 ↘	$-\infty$											

01	0.50+0.50	معادلة المماس $(T): y = 2x - 2$	(3)
01	0.5	أ- $(1-x)(x-3) = -x^2 + 4x - 3 = f(x)$	(4)
	0.25	ب- استنتاج إحداثيي نقطتي	
	0.25	$f(x) = 0$ معناه $x = 1; x = 3$ ومنه $(C_f) \cap (xx') = \{A(1;0), B(3;0)\}$	
01	0.5	- حل المعادلة $f(x) = -3$ معناه $x(4-x) = 0$ ومنه $x = 4$ أو	(5)
	0.5	$x = 0$ - فاصلتا النقطتين من (C_f) اللتين ترتيبهما -3 هما 4 ، 0	
01.5	01+0.50	إنشاء المماس (T) و المنحنى (C_f) . 	(6)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)									
مجموع	مجزأة										
التمرين الأول: (06 نقاط)											
01	0.50+0.50	$b \equiv 4[9]$ ومنه $a \equiv 8[9]$ و $b+8 \equiv 3[9]$	(1)								
01	0.50+0.50	التحقق أن العددين b و 103 متوافقان بترديد 9 $103 \equiv 4[9]$ و $b \equiv 4[9]$ ومنه $103 \equiv b[9]$	(2)								
03	01 0.50+0.50	أ) تبين أن: $a \equiv -1[9]$ و $103^3 \equiv 1[9]$ $a \equiv -1[9]$ ومنه $a-9 \equiv 8-9[9]$ أي $a-9 \equiv 8[9]$ $103^3 \equiv 1[9]$ أي $103^3 \equiv 4^3[9]$ ومنه $103 \equiv 4[9]$	(3)								
	0.50+0.25 0.25	ب) التحقق أن: $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]$ $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv (-1)^{2022} + 1^{1443} [9]$ $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]$									
01	0.50+0.50	قيم n حتى يكون $a^{2022} + 103^3 + n \equiv 0[9]$ هي $n = 9k + 7$	(4)								
التمرين الثاني (06 نقاط)											
02	0.25x2	- تبين أن $q^2 + q - 6 = 0$	(1)								
	0.25x2 0.50+0.50	$u_0 + u_1 + u_2 = 21$ تكافئ $3 + 3q + 3q^2 = 21$ تكافئ $1 + q + q^2 = 7$ $q = 2$ تكافئ $q^2 + q - 6 = 0$ تكافئ $1 + q + q^2 = 7$									
01	0.5+0.5	حساب u_2 و u_1 $u_1 = 6 \times 2 = 12$ و $u_1 = 3 \times 2 = 6$	(2)								
01.5	0.50+0.50	أ- عبارة الحد العام: $u_n = 3 \times 2^n$	(3)								
	0.50	ب- $u_n = 96$ معناه $3 \times 2^n = 96$ أي $n = 5$									
01.5	0.75+0.25	أ- $S_n = 3(2^{n+1} - 1)$	(4)								
	0.50	ب- $S_n = 93$ معناه $3(2^{n+1} - 1) = 93$ أي $n = 4$									
التمرين الثالث (08 نقاط)											
0.5	0.50	التحقق أن: $(x-2)^2(2x+1) = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$	(1)								
01	0.5+0.5	حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	(2)								
01	0.5+0.5	تبين أن: $f'(x) = 6x^2 - 14x + 4 = 2(x-2)(3x-1)$	(3)								
02	01	أ- إشارة $f'(x)$	(4)								
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0
x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$							
$f'(x)$	+	0	-	0	+						
	0.25+0.25	ب- f متناقصة تماما على $[\frac{1}{3}; 2]$ ومتزايدة تماما على كل من									

		$]-\infty; \frac{1}{3}]$ و $[2; +\infty[$												
	0.5	<p>- جدول تغيرات f</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> </table> <p>$f(x)$</p>	x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	
x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$										
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$									
01	0.75+0.25	معادلة المماس $(T): y = 4x + 4$	(5)											
	0.5+0.5	أ- التحقق أن (C_f) يشمل $A(2; 0)$ و $B(\frac{-1}{2}; 0)$ $f(2) = 0$, $f(-\frac{1}{2}) = 0$												
02.5	01+0.5	<p>ب- إنشاء (T) و (C_f)</p>	(6)											