«

**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**وزارة التربية الوطنية**

**الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات**

**امتحان بكالوريا التعليم الثانوي** **الدورة: 2026**

**الشعبة: علوم تجريبية**

**اختبار في مادة: الرياضيات** **المدة: 03 سا و30 د**

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

## الموضوع الأوّل

**التمرين الأوّل: ( 04 نقاط )**

**I)** يحتوي كيس على 9 كرّيات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس منها: كريّتان تحملان الرّقم 1 وأربع كريّات تحمل الرّقم 2 وثلاث كريّات تحمل الرّقم 3 . نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريّات في آن واحد ونعتبر الحوادث:

$A$ : « سحب ثلاث كريّات تحمل نفس الرّقم » ، $B$ : « سحب ثلاث كريّات أرقامها مختلفة مثنى مثنى »

$C$ : « سحب ثلاث كريّات مجموع أرقامها عدد زوجي »

**1) أ)** احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث $A$ ، $B$ و $C$ على الترتيب.

**ب)** بيّن أنّ: $P(A\cap C)=\frac{1}{21}$ ثمّ استنتج $P_A(C)$

**2)** $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الكريّات التي تحمل الرّقم 2

- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي $X$ ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

**II)** نضيف إلى محتوى الكيس السّابق $n$ كريّة تحمل الرّقم 1 ثمّ نسحب منه كريّتين على التوالي دون إرجاع.

- عيّن قيمة $n$ حتى يكون احتمال الحصول على كريّتين لا تحمل أيّ منهما الرّقم 1 يساوي $\frac{1}{5}$

**التمرين الثّاني: ( 04 نقاط )**

**I)** حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ الآتية: $(iz+4)(z^2-4z+16)=0$

**II)** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب $z_A$ ، $z_B$ ، $z_C$ و $z_D$ حيث: $z_A=4$ ، $z_B=iz_A$ ، $z_C=2-2i\sqrt{3}$ و $z_D=-iz_C$

**1) أ)** اكتب كلّا من $z_B$ ، $z_C$ و $z_D$ على الشّكل المثلثي.

**ب)** علّم النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ ثمّ تحقّق أنّها تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

**2) أ)** برّر أنّ: $z_D-z_B=\sqrt{3}(z_C-z_A)$ ثمّ استنتج أنّ المستقيمين $(BD)$ و $(AC)$ متوازيان.

**ب)** بيّن أنّ: $|z_B-z_A|=|z_D-z_C|$

**جـ)** استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$ ثمّ عيّن لاحقة النقطة $G$ مركز ثقله.

**3)** تحقّق أنّ: $z_D-z_A=i(z_B-z_C)$ ثمّ عيّن الأعداد الطبيعيّة $n$ حتى يكون $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_C}\right)^n$ عددا حقيقيا.

**التمرين الثّالث: ( 05 نقاط )**

**1)** ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ المعرّفة على المجال $]-2\,;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{4x}{x+2}$

**2)** $(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=4$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$

**أ)** احسب $u_1$ و $u_2$ ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$

**ب)** برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_n>2$

**جـ)** ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$

**3)** $(v_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n}$

**أ)** أثبت أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، يُطلب كتابة $v_n$ بدلالة $n$

**ب)** عبّر عن $u_n$ بدلالة $n$ ثمّ احسب نهاية المتتالية $(u_n)$

**4)** نضع: من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+\cdots+\dfrac{1}{u_n}$

- احسب $S_n$ بدلالة $n$ ثمّ استنتج أنّ: $T_n=\dfrac{1}{2}n+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+2}$

**التمرين الرّابع: ( 07 نقاط )**

**I)** $g$ الدّالة المعرّفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x-2-4\ln x$

**1)** ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة $g$ وشكّل جدول تغيّراتها.

**2)** أ) احسب $g(1)$ ثمّ بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا $\alpha$ في المجال $]3,5\,;3,6[$

**ب)** استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$

**II)** $f$ الدّالة المعرّفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كلّ $x>0$ ، $f(x)=x^2+2x-4x\ln x$

$(c_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1)** احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، فسّر النتيجة هندسيا واحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} \dfrac{f(x)}{x}$

**2)** بيّن أنّه: من أجل كلّ $x>0$ ، $f'(x)=g(x)$ ثمّ استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ وشكّل جدول تغيّراتها.

**3)** أ) بيّن أنّ $(c_f)$ يقبل نقطة انعطاف $A$ ، يُطلب تعيين إحداثييها.

**ب)** عيّن معادلة لـ $(T)$ مماس المنحني $(c_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 2

**4)** أ) ارسم $(T)$ و $(c_f)$ ( نأخذ: $f(\alpha)\simeq 1,7$ )

**ب)** عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ حتى تقبل المعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول.

**5)** أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\int_1^e x\ln x\,dx=\dfrac{e^2+1}{4}$

**ب)** احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ $(c_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=e$

**انتهى الموضوع الأوّل**

# الموضوع الثّاني

**التمرين الأوّل: ( 04 نقاط )**

**I)** يحتوي كيس على 10 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس ذات الألوان الأخضر، الأحمر والأبيض.

نسحب من الكيس بطريقة عشوائية كريّة واحدة ونُعرّف قانون احتمال هذه التجربة بالجدول الآتي:

| الكريّة المسحوبة | خضراء | حمراء | بيضاء |
|---|---|---|---|
| الاحتمال | $\frac{1}{10}$ | $a$ | $2a$ |

حيث $a \in \mathbb{R}$

- احسب قيمة $a$ ثمّ استنتج عدد كلّ من الكريّات الخضراء ، الحمراء ، البيضاء.

**II)** نفرض أنّ الكيس يحتوي على كريّة واحدة خضراء ، 3 كريّات حمراء و 6 كريّات بيضاء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريّات من هذا الكيس ونعتبر الحوادث:

$A$ : « الحصول على كريّة حمراء واحدة فقط » ، $B$ : « الحصول على كريّتين بالضبط من نفس اللّون »

$C$ : « الحصول على ثلاث كريّات ليست كلّها من نفس اللّون »

**1) أ)** احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث $A$، $B$ و $C$ على الترتيب.

**ب)** احسب احتمال الحصول على كريّتين بيضاوين علما أنّنا لا نحصل على الكريّة الخضراء.

**2)** $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الألوان التي تحملها الكريّات المسحوبة.

- بيّن أنّ: $P(X=2)=\frac{27}{40}$ وعيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي $X$ ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

**التمرين الثّاني: ( 04 نقاط )**

**1)** نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ الآتية: $(E)$ ... $z^2+\alpha z+4=0$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي.

**أ)** احسب $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^2$ ثمّ استنتج الجذرين التربيعيين للعدد $-2-2i\sqrt{3}$

**ب)** عيّن $\alpha$ حتى يكون العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ حلّا للمعادلة $(E)$ ثمّ استنتج حلّها الآخر.

**2)** نعتبر الأعداد المركبة $z_1$ ، $z_2$ و $z_3$ حيث: $z_1=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_2=-1-i\sqrt{3}$ و $z_3=\sqrt{2}(1-i)$

**أ)** اكتب كلّا من $z_1$ ، $z_2$ و $z_3$ على الشّكل المثلثي.

**ب)** استنتج الشّكل المثلثي للعدد المركب $L$ حيث: $L=\frac{z_1\times z_3}{z_2}$

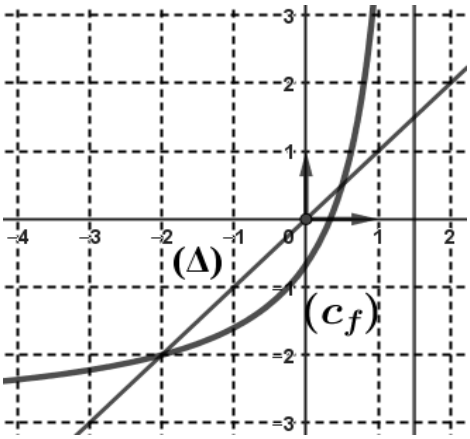
**جـ)** اكتب $L$ على الشّكل الجبري ثمّ استنتج القيمة المضبوطة لكلّ من $\cos\frac{13\pi}{12}$ و $\sin\frac{13\pi}{12}$

**التمرين الثّالث: ( 05 نقاط )**

$f$ الدّالة المعرّفة على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ بـ: $f(x)=\frac{-6x+2}{2x-3}$ و $(c_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}=f(u_n)$

**1)** بقراءة بيانية، حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ وبرّر أنّه: من أجل كلّ $x$ من $[-2\,;0]$ ، $f(x)-x\leq 0$




**2)** أ) انقل الشّكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود: $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ ( دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل ).

**ب)** خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

**3)** أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $-2<u_n\leq 0$

**ب)** حدّد اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$

**4)** $(v_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{4+2u_n}{1-2u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\dfrac{2}{7}$ ، يُطلب كتابة عبارة $v_n$ بدلالة $n$

**ب)** عبّر عن $u_n$ بدلالة $n$ ثمّ احسب نهاية المتتالية $(u_n)$

**5)** $(w_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=\ln(v_n)$

أ) بيّن أنّ المتتالية $(w_n)$ حسابية، يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

**ب)** بيّن أنّه: من أجل كلّ $n$ من $\mathbb{N}$ ، $w_0+w_1+\cdots+w_n=\dfrac{1}{2}(n+1)\left[(\ln 2-\ln 7)n+4\ln 2\right]$

**التمرين الرّابع: ( 07 نقاط )**

$f$ الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=1+\dfrac{5-4e^x}{e^{2x}-1}$ و $(c_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1)** احسب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0^<} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0^>} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ فسِّر النتائج هندسيا.

**2)** أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x)=\dfrac{2e^x(e^x-2)(2e^x-1)}{(e^{2x}-1)^2}$

**ب)** استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

**3)** بيّن أنّه: من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}^*$ ، $f(-x)+f(x)=-3$ وفسِّر النتيجة هندسيا ثمّ ارسم المنحني $(c_f)$

**4)** أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=-4+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{9e^x}{1+e^x}-\dfrac{e^x}{1-e^x}\right)$

**ب)** احسب بدلالة $\lambda$ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيّز المستوي المحدّد بـ $(c_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=-4$ ، $x=\lambda$ و $x=-\ln 2$ حيث: $\lambda<-\ln 2$ ثمّ احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}\mathcal{A}(\lambda)$

**5)** $g$ الدّالة المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(\ln x)$

- تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x>1$ ، $g(x)=\dfrac{(x-2)^2}{x^2-1}$ وحدّد اتّجاه تغيّر الدّالة $g$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

| عناصر الإجابة ( الموضوع الأول ) | | | العلامة | |
|---|---|---|---|---|
| | | | مجزأة | العلامة |
| **التمرين الأول ( 04 نقاط )** | | | | |
| **(I 1)** | أ) | $P(A)=\dfrac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\dfrac{5}{84}$ ، $P(B)=\dfrac{C_2^1\times C_4^1\times C_3^1}{C_9^3}=\dfrac{2}{7}$<br>$P(C)=\dfrac{C_4^3+C_4^1\times C_5^2}{C_9^3}=\dfrac{11}{21}$ | $0,5\times 3$ | $2,25$ |
| | ب) | $P(A\cap C)=\dfrac{C_4^3}{C_9^3}=\dfrac{1}{21}$ ، $P_A(C)=\dfrac{4}{5}$ | $0,25+0,5$ | |
| **(2** | | $E(X)=\dfrac{4}{3}$ ، <table><tr><td>$x_i$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{5}{42}$</td><td>$\frac{20}{42}$</td><td>$\frac{15}{42}$</td><td>$\frac{2}{42}$</td></tr></table> | $0,25\times 5$ | $1,25$ |
| **(II** | | $\dfrac{A_7^2}{A_{n+9}^2}=\dfrac{1}{5}$ ومنه $n=6$ | $0,25+0,25$ | $0,5$ |
| **التمرين الثاني ( 04 نقاط )** | | | | |
| **(I** | | $\Delta=-48$ ، $S=\left\{4i\ ;\ 2-2i\sqrt{3}\ ;\ 2+2i\sqrt{3}\right\}$ | $0,25\times 4$ | $1$ |
| **(II 1)** | أ) | $z_B=4\left(\cos\dfrac{\pi}{2}+i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$<br>$z_C=4\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\right)$<br>$z_D=4\left(\cos\dfrac{7\pi}{6}+i\sin\dfrac{7\pi}{6}\right)$ | $0,25\times 3$ | $1,25$ |
| | ب) | تعليم النقط: $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$<br>$\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_C\rvert=\lvert z_D\rvert=4$<br>$A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ تنتمي إلى الدّائرة التي مركزها $O$ ونصف قطرها 4 | $0,25$<br>$0,25$ | |
| **(2** | أ) | $z_D-z_B=-2\sqrt{3}-6i=\sqrt{3}\left(z_C-z_A\right)$<br>$\overrightarrow{BD}=\sqrt{3}\ \overrightarrow{AC}$ ومنه: $(BD)$ و $(AC)$ متوازيان. | $0,25$<br>$0,25$ | $1,25$ |
| | ب) | $\lvert z_B-z_A\rvert=\lvert z_D-z_C\rvert=4\sqrt{2}$ | $0,25$ | |
| | جـ) | الرباعي $ABDC$ شبه منحرف متساوي الساقين.<br>تعيين لا حقة $G$: (تقبل كلّ طريقة لتعيين $z_G$ بما فيها لاحقة مرجح الجملة بمعاملات متساوية). | $0,25$<br>$0,25$ | |
| **(3** | | $z_D-z_A=-4-2\sqrt{3}-2i=i\left(z_B-z_C\right)$<br>$\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_C}=i$ ومنه: $i^n$ حقيقي من أجل: $n=2k$ مع $k$ طبيعي. | $0,25$<br>$0,25$ | $0,5$ |

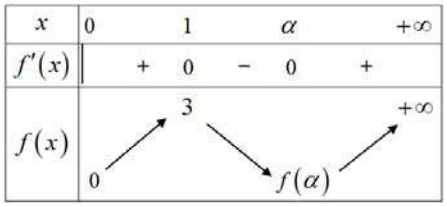
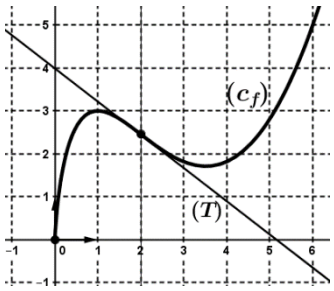
| | | | |
|---|---|---|---|
| **التمرين الثالث ( 05 نقاط )** | | | |
| **1)** | من أجل كلّ $x$ من $]-2\,;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{8}{(x+2)^2}$ | 0,5 | 0,75 |
| | $f$ متزايدة تماما على $]-2\,;+\infty[$ | 0,25 | |
| **2)** | أ) $u_1=\dfrac{8}{3}$ ، $u_2=\dfrac{16}{7}$ ، التخمين: $(u_n)$ متناقصة تماما. | $0,25\times3$ | 2 |
| | **ب)** البرهان بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_n>2$ | 0,5+0,25 | |
| | **جـ)** من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(2-u_n)}{2+u_n}$ | 0,5 | |
| | $(u_n)$ متناقصة تماما. | | |
| **3)** | أ) $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، $v_n=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$ | 0,25+0,5 | 1,5 |
| | **ب)** $u_n=\dfrac{2}{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$ | 0,25+0,5 | |
| **4)** | $S_n=1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$ ، $T_n=\dfrac{1}{2}n+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+2}$ | 0,25+0,5 | 0,75 |
| **التمرين الرّابع ( 07 نقاط )** | | | |
| **I) 1)** | من أجل كلّ $x$ من $]0\,;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{2x-4}{x}$ | 0,25 | 1 |
| | $g$ متناقصة تماماعلى $[2\,;0[$ ومتزايدة تماما على $]2\,;+\infty[$ | 0,5 | |
| | جدول التغيّرات: | 0,25 | |

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | ‖ $+\infty$ | ↘ | $2-4\ln 2$ | ↗ | $+\infty$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **2)** | أ) $g(1)=0$ | 0,25 | 1,25 |
| | الدالة $g$ مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[3,5\,;3,6]$ و $g(3,5)\simeq-0,01$ ، $g(3,6)\simeq0,08$ ومنه: للمعادلة $g(x)=0$ حلّ وحيد $\alpha$ في المجال $]3,5\,;3,6[$ | $0,25\times3$ | |
| | **ب)** إشارة $g(x)$ : | 0,25 | |

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

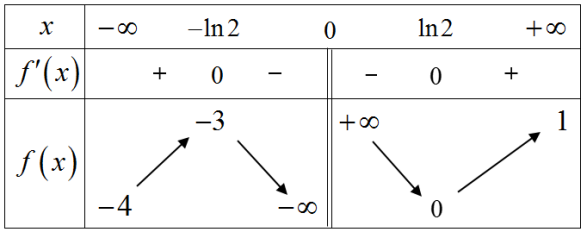
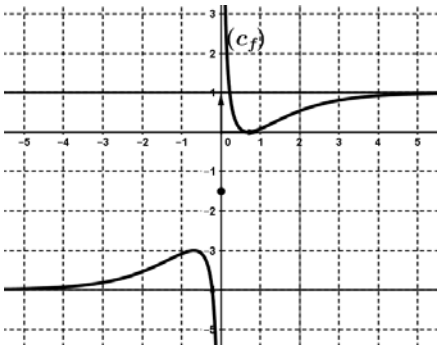
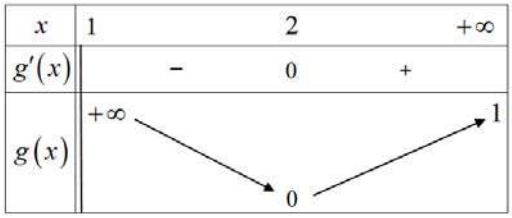
| | | | |
|---|---|---|---|
| **II) 1)** | $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ ، $(c_f)$ يقبل نصف مماس عمودي في النقطة $O$ | $0,25\times2$ | 0,75 |
| | $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ | 0,25 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2) | من أجل كلّ $x$ من $]0\,;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$ | 0,25 | |
| | $f$ متزايدة تماما على كل من $[0\,;1]$ و $]\alpha\,;+\infty[$<br>ومتناقصة تماما على $[1\,;\alpha]$ | $0,25\times 2$ | |
| | جدول التغيّرات:  | 0,25 | 1 |
| 3) | أ) من أجل كلّ $x$ من $]0\,;+\infty[$ ، $f''(x)=g'(x)$<br>$A(2\,;8-8\ln 2)$ نقطة انعطاف لـ $(c_f)$ | $0,25\times 2$ | 1 |
| | ب) $(T):y=(2-4\ln 2)x+4$ | 0,5 | |
| 4) | أ) رسم $(T)$<br>رسم $(c_f)$  | 0,25<br>0,5 | 1 |
| | ب) للمعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول من أجل: $f(\alpha)<m<3$ | 0,25 | |
| 5) | أ) $\int_1^e x\ln x\,dx=\left[\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2\right]_1^e=\frac{e^2+1}{4}$ | 0,5 | 1 |
| | ب) $\mathcal{A}=\int_1^e f(x)dx=\frac{e^3-7}{3}\,u.a$ | 0,5 | |

**ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.**

| | عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني ) | العلامة مجزأة | العلامة |
|---|---|---|---|
| | **التمرين الأول ( 04 نقاط )** | | |
| **I)** | $a=\frac{3}{10}$ | 0,5 | 1 |
| | <table><tr><td>الكريّة</td><td>خضراء</td><td>حمراء</td><td>بيضاء</td></tr><tr><td>عدد الكريّات</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr></table> | 0,5 | |
| **II) 1)** | أ) $P(A)=\frac{C_3^1\times C_7^2}{C_{10}^3}=\frac{21}{40}$<br>$P(B)=\frac{C_3^2\times C_7^1+C_6^2\times C_4^1}{C_{10}^3}=\frac{27}{40}$<br>$P(C)=1-\frac{C_6^3+C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{33}{40}$ | $0,5\times 3$ | 2 |
| | **ب)** احتمال الحصول على كريّتين بيضاوين علما أنّنا لا نحصل على الكريّة الخضراء: $\frac{C_6^2\times C_3^1}{C_9^3}=\frac{15}{28}$ | 0,5 | |
| **2)** | $P(X=2)=P(B)=\frac{27}{40}$ | 0,25 | 1 |
| | $E(X)=\frac{79}{40}$ ، <table><tr><td>$x_i$</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{7}{40}$</td><td>$\frac{27}{40}$</td><td>$\frac{6}{40}$</td></tr></table> | $0,25\times 3$ | |
| | **التمرين الثاني ( 04 نقاط )** | | |
| **1)** | أ) $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^2=-2-2i\sqrt{3}$ | 0,25 | 1,25 |
| | الجذران التربيعيان للعدد $-2-2i\sqrt{3}$ هما: $-1+i\sqrt{3}$ ، $1-i\sqrt{3}$ | $0,25\times 2$ | |
| | **ب)** $\alpha=2$ ، الحلّ الثاني هو $-1-i\sqrt{3}$ | $0,25\times 2$ | |
| **2)** | أ) $z_1=2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$ | 0,5 | 2,75 |
| | $z_2=2\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)$ | 0,25 | |
| | $z_3=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ | 0,5 | |
| | **ب)** $L=2\left(\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)\right)$ | 0,5 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | جـ) $L=\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}+i\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$<br>$\cos\frac{13\pi}{12}=\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\frac{13\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ | 0,5<br>$0,25\times2$ | |
| **التمرين الثالث ( 05 نقاط )** | | | |
| **1)** | $f$ متزايدة تماما على $[-2;0]$<br>$(c_f)$ أسفل $(\Delta)$ على $[-2;0[$ ويتقاطعان في $A(-2;-2)$<br>ومنه: من أجل كلّ $x$ من $[-2;0]$ ، $f(x)-x\le0$ | $0,25\times3$ | 0,75 |
| **2)** | أ) تمثيل الحدود: $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ | 0,5 | 0,75 |
| | **ب)** التخمين: المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما ومتقاربة. | 0,25 | |
| **3)** | أ) البرهان بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $-2<u_n\le0$ | 0,5+0,25 | 1,25 |
| | **ب)** من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n+2)(2u_n-1)}{3-2u_n}$<br>$(u_n)$ متناقصة تماما. | 0,5 | |
| **4)** | أ) $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{7}$ ، $v_n=4\left(\frac{2}{7}\right)^n$ | 0,25+0,5 | 1,5 |
| | **ب)** $u_n=\frac{v_n-4}{2v_n+2}=\frac{2\left(\frac{2}{7}\right)^n-2}{4\left(\frac{2}{7}\right)^n+1}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-2$ | 0,25+0,5 | |
| **5)** | أ) $(w_n)$ متتالية حسابية أساسها $\ln\left(\frac{2}{7}\right)$ ، $w_0=\ln4$ | 0,5 | 0,75 |
| | **ب)** $w_0+w_1+\cdots+w_n=\frac{1}{2}(n+1)\left[(\ln2-\ln7)n+4\ln2\right]$ | 0,25 | |
| **التمرين الرّابع ( 07 نقاط )** | | | |
| **1)** | $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-4$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)=-\infty$<br>$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$<br>$(c_f)$ يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة معادلاتها: $y=-4$ ، $y=1$ ، $x=0$ | $0,25\times7$ | 1,75 |
| **2)** | أ) من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x)=\frac{2e^x(e^x-2)(2e^x-1)}{(e^{2x}-1)^2}$ | 0,5 | 2 |
| | **ب)** إشارة $f'(x)$ من إشارة $(e^x-2)(2e^x-1)$ | 0,5 | |
| | $f$ متزايدة تماما على كل من $]-\infty;-\ln2[$ و $[\ln2;+\infty[$<br>ومتناقصة تماما على $]-\ln2;0]$ و $[0;\ln2[$ | 0,5 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 0,5 | جدول التغيّرات:  | |
| 1,25 | 0,5<br>0,25 | من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}^*$ ، $f(-x)+f(x)=-3$<br>$(c_f)$ يقبل مركز تناظر، إحداثياه $\left(0\,;-\frac{3}{2}\right)$ | **3)** |
| | 0,5 | رسم $(c_f)$  | |
| 1 | 0,25 | أ) من أجل كلّ $x$ من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=-4+\frac{1}{2}\left(\frac{9e^x}{1+e^x}-\frac{e^x}{1-e^x}\right)$ | **4)** |
| | 0,5 | ب) $\mathcal{A}(\lambda)=\frac{1}{2}\int_{\lambda}^{-\ln 2}\left(\frac{9e^x}{1+e^x}-\frac{e^x}{1-e^x}\right)dx=\frac{1}{2}\left[9\ln(1+e^x)+\ln(1-e^x)\right]_{\lambda}^{-\ln 2}$<br>$\mathcal{A}(\lambda)=\frac{1}{2}\left(9\ln 3-10\ln 2-9\ln(1+e^{\lambda})-\ln(1-e^{\lambda})\right)u.a$ | |
| | 0,25 | $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}\mathcal{A}(\lambda)=\left(\frac{9}{2}\ln 3-5\ln 2\right)u.a$ | |
| 1 | 0,25 | من أجل كلّ $x$ من $]1;+\infty[$ ، $g(x)=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}$ | **5)** |
| | 0,25×2 | $g'(x)=\frac{1}{x}f'(\ln x)$ ، $g'(x)=\frac{2(x-2)(2x-1)}{(x^2-1)^2}$<br>$g$ متناقصة تماما على $]1\,;2]$ ومتزايدة تماما على $[2\,;+\infty[$ | |
| | 0,25 | جدول التغيّرات:  | |

**ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.**