

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

الدورة: 2026

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: رياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس U على 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء ويحتوي كيس V على كرتين حمراوين وكرتين خضراوين. كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من U ، إذا كانتا حمراوين نضعهما في V ثم نسحب منه عشوائيا كرتين في آن واحد، وإذا لم تكونا حمراوين معا نعيدهما إلى U ثم نسحب من V كرتين في آن واحد، ونعتبر الحوادث:

R : « سحب كرتين حمراوين من U » ، A : « سحب كرتين حمراوين من V »

B : « سحب كرتين خضراوين من V » ، C : « سحب كرتين من لونين مختلفين من V »

(1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

(2) تحقق أن: $P(A) = \frac{7}{30}$ واحسب $P(B)$ و $P(C)$

(3) احسب احتمال سحب كرتين حمراوين من U علما أن الكرتين المسحوبتين من V خضراوان.

(4) المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب بالكيفية السابقة عدد الكرات الخضراء المسحوبة من الكيس V

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضي $E(21X + 1428)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z - 1 + i\sqrt{3})(z^2 - 2z + 2) = 0$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث:

$$z_D = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}(1 + i) \text{ و } z_C = 1 - i, z_B = 1 - i\sqrt{3}, z_A = 1 + i$$

(أ) اكتب كلاً من z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل المثلثي.

(ب) استنتج الشكل المثلثي للعدد المركب L حيث: $L = \frac{z_A}{z_B}$

(ج) اكتب العدد L على الشكل الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos \frac{7\pi}{12}$ و $\sin \frac{7\pi}{12}$

(3) (أ) تحقق أن $z_D - z_A = i(z_D - z_B)$ ثم بين أن المثلث ABD قائم ومتساوي الساقين.

(ب) عيّن z_E لاحقة النقطة E مرجح الجملة $\{(A; 1), (B; 1), (D; -1)\}$ ثم حدّد طبيعة الرباعي $AEBD$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) $675x - 525y = \alpha \dots$ حيث: x و y عدنان صحيحان و α عدد صحيح غير معدوم.

(1) عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 675 و 525 ثم استنتج قيم α التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلولاً.

(2) نضع: $\alpha = 825$

(أ) حلّ المعادلة (E) علماً أن الثانية (2; 1) حلّ لها.

(ب) عيّن كلّ الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي من أجلها يكون $PGCD(x; y) = 11$

(3) (أ) أثبت أنه من أجل كلّ عدد طبيعي n فإنّ العددين $7n + 4$ و $9n + 5$ أوليان فيما بينهما.

(ب) احسب بدلالة العدد الطبيعي غير المعدوم n القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر

للعددين a و b حيث: $a = 77n^2 + 44n$ و $b = 99n^2 + 55n$

(4) (أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد L على 7 حيث: $L = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2025}$

(5) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $L + b - a + 3 \equiv 0 [7]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $g(x) = (x-1)^2 + \ln((x-1)^2)$

(1) (أ) بين أنه: من أجل كلّ $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ ، $g'(x) = \frac{2(x-1)^2 + 2}{x-1}$

(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيّراتها (لا يُطلب حساب النهايات).

(2) (أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلّاً وحيداً α في المجال $]1, 8[; 1, 7]$

(ب) تحقق أن $2 - \alpha$ حلّ للمعادلة $g(x) = 0$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = x - 2 - \frac{2 + \ln((x-1)^2)}{x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه: من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 2$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)

ب) بين أنه: من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $f(2-x) + f(x) = -2$

- استنتج أن للمنحني (C_f) مركز تناظر، يُطلب تعيين إحداثيه.

(4) أ) بين أن (C_f) يقبل مماسين (T) و (T') يوازيان (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة لكل منهما.

ب) ارسم (Δ) ، (T) ، (T') و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) \simeq -2,2$ و $f(2-\alpha) \simeq 0,2$)

ج) عيّن بياناً قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x) = x + m$ حلين بالضبط.

(5) أ) احسب بدلالة λ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها:

$y = x - 2$ ، $x = 2$ و $x = \lambda$ حيث: $\lambda > 2$ ، $\mathcal{A}(\lambda)$ مقدرة بوحدة المساحة.

ب) عيّن قيمة λ حتى يكون: $\mathcal{A}(\lambda) = 2(\ln(\lambda - 1))^2$

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على (02) صفحاتين (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و ABC مثلث قائم في A حيث:
 $A(6; 9)$ ، $B(\alpha; 0)$ ، $C(0; \beta)$ و α ، β عدنان صحيحان.

(1) بيّن أنّ الثنائية $(\alpha; \beta)$ تحقق المعادلة: $(E) \dots 2x + 3y = 39$ و x ، y عدنان صحيحان.

(2) أ) تحقق أنّ الثنائية $(6; 9)$ حلّ لـ (E) ثمّ عيّن كلّ الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E)

ب) استنتج كلّ الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $PGCD(x; y) = 39$

(3) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 9

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1447^{2026} على 9

(4) عيّن كلّ الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) حتى يكون $4^{y+30} \equiv 1[9]$ و $-21 \leq y \leq -15$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يضم قسم لشعبة الرياضيات 8 ذكور من بينهم أحمد و 6 إناث من بينهم فاطمة.

(1) نختار بطريقة عشوائية 3 تلاميذ من القسم للمشاركة في أولمبياد الرياضيات، ونعتبر الحوادث الآتية:

A : « التلاميذ المختارون من نفس الجنس » ، B : « من بين التلاميذ المختارين أنثى على الأقل »

C : « فاطمة من بين التلاميذ المختارين » ، D : « أحمد وفاطمة لا يتم اختيارهما معا »

E : « فاطمة من بين التلاميذ المختارين علما أنّ كلّ التلاميذ المختارين من الإناث »

- احسب احتمالات الحوادث A ، B ، C ، D و $A \cup B$ وبيّن أنّ احتمال الحادثة E يساوي $\frac{1}{2}$

(2) نفرض أنّ عدد الإناث هو n حيث: $n \geq 2$ ونختار عشوائيا مُمَثِّلَيْن اثنين للقسم.

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية اختيار لمُمَثِّلَي القسم عدد الإناث المختارات و $E(X)$ أمله الرياضي.

أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ بيّن أنّ: $E(X) = \frac{2n}{n+8}$

ب) جد قيمة n التي من أجلها يكون $E(X)$ عددا طبيعيا.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

θ عدد حقيقي حيث: $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$

(1) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z - i\sqrt{3})(z^2 - 4(\sin \theta)z + 4) = 0$

(2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D

لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث:

$z_D = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = 2(\sin \theta - i \cos \theta)$ ، $z_B = 2(\sin \theta + i \cos \theta)$ ، $z_A = i\sqrt{3}$

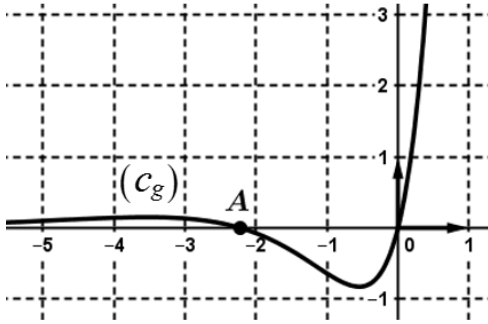
- (أ) اكتب كلاً من z_D و z_C ، z_B ، z_A على الشكل المثلثي.
 (ب) استنتج أنّ النقط B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(ج) بيّن أنّ: $\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2026} + \left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{1447} = -1 - i$

- (د) عيّن قيم العدد θ حتى يكون ABC مثلثاً قائماً في B
 (3) نضع: $\theta = \frac{\pi}{6}$ ونعتبر العدد المركب L حيث: $L = -(1+i)z_B$

- (أ) اكتب L على الشكل المثلثي وعلى الشكل الجبري.
 (ب) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\sin \frac{19\pi}{12}$ و $\cos \frac{19\pi}{12}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)



(I) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x^2 + 2x)e^x + 2xe^{2x}$

التمثيل البياني (c_g) للدالة g يشمل النقطة $A(\alpha; 0)$

كما هو موضح في الشكل المقابل.

(1) تحقق أنّ: $-2,3 < \alpha < -2,2$

(2) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

(II) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^x + 1}$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f

(3) (أ) بيّن أنّ المنحني (P) ذا المعادلة $y = x^2$ مقارب للمنحني (c_f) عند $+\infty$

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (c_f) و (P) ثمّ ارسم (P) و (c_f) (نأخذ: $f(\alpha) \simeq 0,5$)

(4) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx$ ومن أجل كلّ n من $\mathbb{N}^*$ ، $u_n = \int_0^1 \frac{x^n e^x}{e^x + 1} dx$

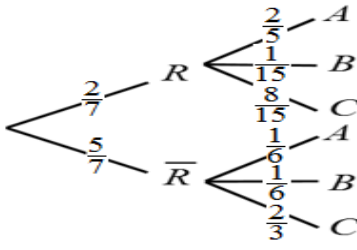
(أ) احسب u_0 ثمّ برّر أنّ المتتالية (u_n) موجبة.

(ب) بيّن أنّ (u_n) متناقصة ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

(ج) تحقق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x حيث: $0 \leq x \leq 1$ ، $\frac{1}{2} \leq \frac{e^x}{e^x + 1} \leq \frac{e}{e+1}$

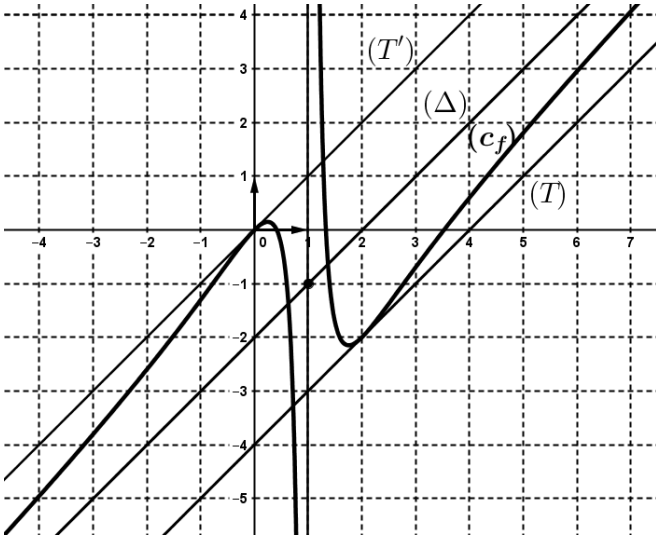
(د) استنتج أنّه من أجل كلّ n من $\mathbb{N}^*$ ، $\frac{1}{2(n+1)} \leq u_n \leq \frac{e}{(e+1)(n+1)}$ ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

- فسّر هندسيا العدد u_2 وأعط حصرًا له.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)									
العلامة	مجزأة										
التمرين الأول (04 نقاط)											
0,75	0,25×3		(1)								
1,5	0,5×3	$P(C)=\frac{66}{105}=\frac{22}{35}$ ، $P(B)=\frac{29}{210}$ ، $P(A)=\frac{49}{210}=\frac{7}{30}$	(2)								
0,5	0,5	$P_B(R)=\frac{P(R\cap B)}{P(B)}=\frac{4}{29}$	(3)								
1,25	0,25×5	$E(X)=\frac{19}{21}$ $E(21X+1428)=1447$ <table border="1" data-bbox="916 871 1315 992"><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{49}{210}$</td><td>$\frac{132}{210}$</td><td>$\frac{29}{210}$</td></tr></table>	x_i	0	1	2	$P(X=x_i)$	$\frac{49}{210}$	$\frac{132}{210}$	$\frac{29}{210}$	(4)
x_i	0	1	2								
$P(X=x_i)$	$\frac{49}{210}$	$\frac{132}{210}$	$\frac{29}{210}$								
التمرين الثاني (04 نقاط)											
0,75	0,25×3	$S=\{1+i; 1-i; 1-i\sqrt{3}\}$	(1)								
2,25	0,25×4	$z_A=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ (أ) $z_B=2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$ $z_C=\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ $z_D=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{-3\pi}{4}\right)\right)$	(2)								
	0,25	$L=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12}\right)$ (ب)									
	0,5	$L=\frac{1-\sqrt{3}}{4}+i\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ (ج)									
	0,25×2	$\sin\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ و $\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$									
1	0,25×2	$z_D-z_A=i(z_D-z_B)=\frac{1+\sqrt{3}}{2}(-1-i)$ (أ) المثلث ABD قائم في D ومتساوي الساقين.	(3)								
	0,25×2	(ب) $z_E=\frac{3+\sqrt{3}}{2}+i\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ ، الرباعي AEBD مربع.									

التمرين الثالث (05 نقاط)

(1) $\alpha = 75k$ ، $PGCD(675; 525) = 75$

0,75	0,25 0,25	(ب) f متناقصة تماما على المجالين $[1; \alpha]$ و $[2 - \alpha; 1]$ ومتزايدة تماما على المجالين $[-\infty; 2 - \alpha]$ و $[\alpha; +\infty[$ جدول التغيرات: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$2 - \alpha$</td><td>1</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(2 - \alpha)$</td><td>$+\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$2 - \alpha$	1	α	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	$f(2 - \alpha)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$	
x	$-\infty$	$2 - \alpha$	1	α	$+\infty$																	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+																
$f(x)$	$-\infty$	$f(2 - \alpha)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$																	
0,75	$0,25 \times 2$ 0,25	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x - 2)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{2}{x - 1} + \frac{2 \ln(1 - x)}{1 - x} \right) = 0$ (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 2)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{x - 1} - \frac{2 \ln(x - 1)}{x - 1} \right) = 0$ (ب) من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ ، $f(2 - x) + f(x) = -2$ ، للمنحني (C_f) مركز تناظر إحداثياه $(1; -1)$	(3)																			
2,25	$0,25 \times 3$ $0,25 \times 3$ 0,5	(أ) $f'(x) = 1$ تكافئ $x \in \{0; 2\}$ $(T'): y = x$ ، $(T): y = x - 4$ (ب)  رسم (Δ) رسم (T) رسم (T') رسم (C_f)	(4)																			
	0,25	(ج) للمعادلة: $f(x) = x + m$ حلان من أجل $m \in \{-4; -2; 0\}$																				
0,5	0,25 0,25	(أ) $\mathcal{A}(\lambda) = \int_2^\lambda \left(\frac{2}{x - 1} + \frac{2 \ln(x - 1)}{x - 1} \right) dx$ $= \left[2 \ln(x - 1) + (\ln(x - 1))^2 \right]_2^\lambda = (2 \ln(\lambda - 1) + (\ln(\lambda - 1))^2)$ (ب) $\mathcal{A}(\lambda) = 2(\ln(\lambda - 1))^2$ و $\lambda > 2$ تكافئ $\lambda = 1 + e^2$	(5)																			

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
العلامة	مجزأة											
التمرين الأول (04 نقاط)												
0,5	0,5	(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ تعني $2\alpha + 3\beta = 39$ ومنه: الثنائية $(\alpha; \beta)$ حلّ للمعادلة: $2x + 3y = 39 \dots (E)$										
1,75	0,25	(2) أ) $(6; 9)$ حلّ لـ (E) $(x; y) = (3k + 6; -2k + 9), k \in \mathbb{Z}$ ب) $k' \in \mathbb{Z}, (x; y) = (117k' - 39; -78k' + 39), k = 39k' + 15$										
	0,75											
1	0,75	(3) أ) <table><tr><td>$n =$</td><td>$3k$</td><td>$3k + 1$</td><td>$3k + 2$</td><td>$k \in \mathbb{N}$</td></tr><tr><td>$4^n \equiv$</td><td>1</td><td>4</td><td>7</td><td>[9]</td></tr></table>	$n =$	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	$k \in \mathbb{N}$	$4^n \equiv$	1	4	7	[9]
	$n =$	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	$k \in \mathbb{N}$							
$4^n \equiv$	1	4	7	[9]								
	0,25	ب) $1447^{2026} \equiv 7[9]$										
0,75	0,25 0,25 × 2	(4) البحث عن قيم العدد k تعيين الثنائيات الممكنة: $(x; y) \in \{(42; -15), (51; -21)\}$										
التمرين الثاني (04 نقاط)												
2,75	0,5 × 4	(1) $P(B) = 1 - \frac{C_8^3}{C_{14}^3} = \frac{11}{13}, P(A) = \frac{C_8^3 + C_6^3}{C_{14}^3} = \frac{19}{91}$ $P(D) = 1 - \frac{C_2^2 \times C_{12}^1}{C_{14}^3} = \frac{88}{91}, P(C) = \frac{C_1^1 \times C_{13}^2}{C_{14}^3} = \frac{3}{14}$										
	0,25	$P(E) = \frac{C_1^1 \times C_5^2}{C_6^3} = \frac{1}{2}$										
	0,5	$P(A \cup B) = 1$ ومنه: $P(A \cap B) = \frac{C_6^3}{C_{14}^3} = \frac{5}{91}$										
1,25	0,25 × 4	(2) قانون الاحتمال: <table><tr><td>x_i</td><td>$P(X = x_i)$</td></tr><tr><td>0</td><td>$\frac{56}{(n+8)(n+7)}$</td></tr><tr><td>1</td><td>$\frac{16n}{(n+8)(n+7)}$</td></tr><tr><td>2</td><td>$\frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$</td></tr></table> تبيان أنّ: $E(X) = \frac{2n}{n+8}$	x_i	$P(X = x_i)$	0	$\frac{56}{(n+8)(n+7)}$	1	$\frac{16n}{(n+8)(n+7)}$	2	$\frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$		
	x_i	$P(X = x_i)$										
0	$\frac{56}{(n+8)(n+7)}$											
1	$\frac{16n}{(n+8)(n+7)}$											
2	$\frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}$											
	0,25	$\frac{2n}{n+8} = 2 - \frac{16}{n+8}$ ومنه: عدد طبيعي يعني $(n+8)$ يقسم 16 إذن: $n = 8$ لأنّ $n \geq 2$										

التمرين الثالث (05 نقاط)																	
0,75	0,25×3	$S = \left\{ i\sqrt{3} ; 2 \sin \theta + 2i \cos \theta ; 2 \sin \theta - 2i \cos \theta \right\}$	(1														
3,25	0,5×4	$z_A = \sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$ (أ) $z_B = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \right)$ $z_C = 2 \left(\cos \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right)$ $z_D = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$	(2														
	0,25	ب) C ، B و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2															
	0,5	ج) $\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}} \right)^{2026} + \left(\frac{z_A}{\sqrt{3}} \right)^{1447} = (i)^{2026} + (i)^{1447} = -1 - i$															
	0,25×2	د) $\theta \in \left\{ -\frac{\pi}{6} ; \frac{\pi}{6} \right\}$ ، $-4 \cos \theta (2 \cos \theta - \sqrt{3}) = 0$ أي $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$															
1	0,25×2	أ) $L = -1 + \sqrt{3} + i(-1 - \sqrt{3})$ ، $L = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{19\pi}{12} + i \sin \frac{19\pi}{12} \right)$	(3														
	0,25×2	ب) $\sin \frac{19\pi}{12} = \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ، $\cos \frac{19\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$															
التمرين الرابع (07 نقاط)																	
0,5	0,25×2	$g(-2,2) \approx -0,01$ ، $g(-2,3) \approx 0,02$ ومنه: $-2,3 < \alpha < -2,2$	(1 (I														
0,5	0,5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table> إشارة $g(x)$:	x	$-\infty$	α	0	$+\infty$	$g(x)$	+	0	-	0	+	(2			
x	$-\infty$	α	0	$+\infty$													
$g(x)$	+	0	-	0	+												
0,75	0,5 + 0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$	(1 (II														
1	0,5	أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$	(2														
	0,5	جدول التغيرات: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>0</td><td>$f(\alpha)$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	α	0	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	0	$f(\alpha)$
x	$-\infty$	α	0	$+\infty$													
$f'(x)$	+	0	-	0	+												
$f(x)$	0	$f(\alpha)$	0	$+\infty$													
	0,5	أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x^2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x^2}{e^x + 1} \right) = 0$	(3														
	0,25×2	ب) (c_f) أسفل (P) على $\mathbb{R}^*$ و (c_f) ، (P) متماسان في O															

1,75	0,25 0,5	رسم (P) رسم (cf)	
2,5	0,25 × 2	أ) $u_0 = \ln(e+1) - \ln 2$ ، المتتالية (u_n) موجبة.	(4)
	0,5	ب) من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ ، $u_{n+1} - u_n = \int_0^1 \frac{x^n(x-1)e^x}{e^x+1} dx$ ، وكذلك $u_1 - u_0 = \int_0^1 \frac{(x-1)e^x}{e^x+1} dx$ ومنه: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1} - u_n \leq 0$ ، متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة.	
	0,25	ج) من أجل كل x حيث: $0 \leq x \leq 1$ ، $\frac{1}{2} \leq \frac{e^x}{e^x+1} \leq \frac{e}{e+1}$ ، (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة.	
	0,25	د) من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ ، $\frac{1}{2(n+1)} \leq u_n \leq \frac{e}{(e+1)(n+1)}$	
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$	
	0,25	يمثل u_2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x=1$ و $x=0$ ، $y=0$	
	0,25	$\frac{1}{6} \leq u_2 \leq \frac{e}{3e+3}$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.