«

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **الدورة: 2026**

الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 03 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة ممّا يأتي مع التبرير.

1) (u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 وأساسها r حيث: $u_0=3$ و $r=5$ ، عبارة u_n هي:

أ) 3×5^n **ب)** $5n+3$ **جـ)** $3n+5$

2) النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)$ تساوي: أ) -1 **ب)** 1 **جـ)** $+\infty$

3) مجموعة حلول المتراجحة $e^{-x}-e^2\geq0$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $]-\infty\,;\,-2]$ **ب)** $[-2\,;\,2]$ **جـ)** $[-2\,;\,+\infty[$

4) الدّالة المشتقة للدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(1-x)e^x$ هي f' حيث:

أ) $f'(x)=1-xe^x$ **ب)** $f'(x)=(1-2x)e^x$ **جـ)** $f'(x)=-xe^x$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

1) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة: $x^2+x-6=0$

2) (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة، حدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $u_0=3$ و $u_1+u_2=18$

أ) بيّن أنّ: $q=2$ ثمّ اكتب u_n بدلالة n

ب) حدّد اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

جـ) بيّن أنّ العدد 768 هو حدّ من حدود المتتالية (u_n)

3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$ و $P_n=u_0\times u_1\times\cdots\times u_n$

- احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّ: $P_n=3^{n+1}\times2^{\frac{1}{2}n(n+1)}$

التمرين الثّالث: (04 نقاط)

يمثّل الجدول المقابل تغيّرات الدّالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$-\ln 2$	↗ $+\infty$

$f(x)=\ln\left(2x^2+ax+b\right)$ حيث a و b عددان حقيقيان

1) أ) احسب $f'(x)$ بدلالة a و b

ب) انطلاقا من جدول التغيّرات، عيّن العددين a و b

2) نفرض أنّ: $f(x)=\ln\left(2x^2+2x+1\right)$

أ) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$

ب) حدّد إشارة كلّ من $f'(x)$ و $f(x)$

3) g الدّالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$

- ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

التمرين الرّابع: (08 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-5x+7}{x-3}$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{3\}$ ، $f(x)=x-2+\dfrac{1}{x-3}$

ب) احسب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to3^<}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to3^>}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x-2$ مقارب مائل لـ (c_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي لـ (c_f) و (Δ)

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{3\}$ ، $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) أ) بيّن أنّ النقطة $A(3;1)$ مركز تناظر للمنحنى (c_f)

ب) ارسم (Δ) و (c_f)

5) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=x-2$ ، $x=4$ و $x=5$

6) g الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x^2-5x+7}{|x-3|}$ و (c_g) تمثيلها البياني.

- اشرح كيف يمكن رسم (c_g) انطلاقا من (c_f) ثمّ ارسم (c_g) في المعلم السّابق.

انتهى الموضوع الأوّل

الموضوع الثّاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة ممّا يأتي مع التبرير.

1) (u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_0 وأساسها r حيث: $u_2=5$ و $u_4=9$ ، لدينا:

أ) $u_0=2$ ، $r=1$ **ب)** $u_0=1$ ، $r=2$ **جـ)** $u_0=1$ ، $r=4$

2) مجموعة الحلول في المجال $]0;+\infty[$ للمعادلة $(\ln x-1)(\ln x-2)=0$ هي:

أ) $\{1;2\}$ **ب)** $\{2;e\}$ **جـ)** $\{e;e^2\}$

3) القيمة المتوسطة على المجال $[-2;1]$ للدّالة h المعرّفة بـ: $h(x)=3x^2+2x-1$ ، تساوي:

أ) -1 **ب)** 1 **جـ)** 3

4) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

(c_k) التّمثيل البياني للدّالة k المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x)=e^{1-x}$ و (T) المستقيم ذو المعادلة: $y=-x+2$

- المستقيم (T) مماس لـ (c_k) في النقطة A ذات الفاصلة x_0 حيث:

أ) $x_0=1$ **ب)** $x_0=0$ **جـ)** $x_0=-1$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

1) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=3u_n-1$

أ) احسب u_1 ، u_2 و u_3

ب) حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة $x\mapsto 3x-1$ على $\mathbb{R}$ ثمّ استنتج اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n-\frac{1}{2}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ، يُطلب تعيين حدّها الأول v_0

ب) عبّر عن v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّ: $u_n=\frac{5}{2}\times 3^n+\frac{1}{2}$

3) نضع: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

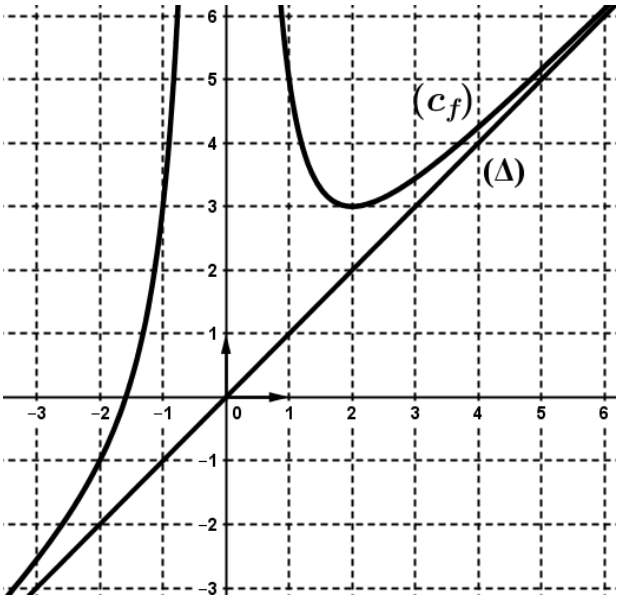
أ) احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّ: $T_n=\frac{5}{4}\times 3^{n+1}+\frac{1}{2}n-\frac{3}{4}$

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $4T_n-2n=1212$

التمرين الثّالث: (04 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{4}{x^2}$

(c_f) تمثيلها البياني و (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (c_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$ ، كما في الشّكل المقابل.



1) بقراءة بيانية:

أ) حدّد إشارة $f'(x)$ واتّجاه تغيّر الدّالة f

ب) جِد معادلة للمستقيم (Δ)

جـ) حلّ المعادلة: $f(x)=3$

د) شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]-1,6\ ;\ -1,5[$

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$

3) g الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\ln\left(f(x)\right)$

- شكّل جدول تغيّرات الدّالة g

التمرين الرّابع: (08 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+2x+2xe^x$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=2(x+1)\left(e^x+1\right)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) عيّن معادلة لـ (T) مماس المنحني (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4) g الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2$ و (c_g) تمثيلها البياني.

- ادرس الوضع النسبي لـ (c_f) و (c_g)

5) احسب $f(-3)$ ، $f(-2)$ ، $f(1)$ ثمّ ارسم (T) ، (c_g) و (c_f)

6) أ) تحقّق أنّ الدّالة $H:x\mapsto(x-1)e^x$ أصلية للدّالة $h:x\mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$

ب) استنتج حساب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنيين (c_f) و (c_g) والمستقيمين ذوَي المعادلتين:

$x=1$ ، $x=0$

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	ب) ، $u_n = u_0 + n\,r = 5n+3$	$0,5\times 2$	1
2)	أ) ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)=-1$ لأن : $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$	$0,5\times 2$	1
3)	أ) ، $e^{-x}-e^2\geq 0$ تكافئ $x\leq -2$	$0,5\times 2$	1
4)	جـ) ، $f'(x)=-xe^x$	$0,5\times 2$	1
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1)	للمعادلة $x^2+x-6=0$ حلّان: -3 و 2	$0,25\times 3$	0,75
2)	أ) $q^2+q-6=0$ و $q>0$ ومنه: $q=2$	$0,25+0,5$	2,25
	$u_n=3\times 2^n$	0,5	
	ب) (u_n) متزايدة تماما.	0,5	
	جـ) $u_n=768$ يعني $n=8$	0,5	
3)	$S_n=3\left(2^{n+1}-1\right)$	0,5	1
	$P_n=3^{n+1}\times 2^{\frac{1}{2}n(n+1)}$	0,5	
	التمرين الثالث (04 نقاط)		
1)	أ) $f'(x)=\dfrac{4x+a}{2x^2+ax+b}$	0,5	1,5
	ب) $a=2$ و $b=1$	$0,5\times 2$	
2)	أ) للمعادلة $f(x)=0$ حلّان هما: -1 و 0	$0,25\times 2$	1,5
	ب) إشارة $f'(x)$	0,5	
	إشارة $f(x)$	0,5	
3)	من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $g'(x)=-\dfrac{f'(x)}{(f(x))^2}$	0,5	1
	g متناقصة تماما على $]0;+\infty[$	0,25	
	جدول التغيّرات:	0,25	

ب)

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

إشارة $f(x)$

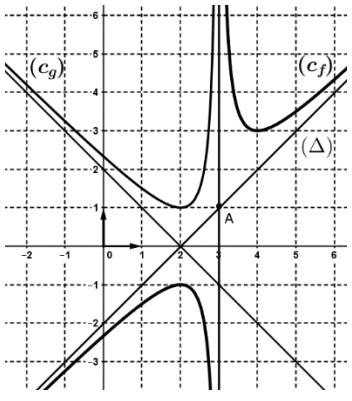
x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$ 0	$+$

جدول التغيّرات:

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	
$g(x)$	$+\infty$ ↘	0

التمرين الرّابع (08 نقاط)			
1)	أ) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{3\}$ ، $f(x)=x-2+\dfrac{1}{x-3}$	0,5	1,5
	ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to 3^{<}} f(x)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to 3^{>}} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$0,25\times 4$	
2)	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(x-2)\right)=0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x-2)\right)=0$	$0,25\times 2$	1
	ب) (c_f) أسفل (Δ) على $]-\infty;3[$ و (c_f) أعلى (Δ) على $]3;+\infty[$	$0,25\times 2$	
3)	أ) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{3\}$ ، $f'(x)=\dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$	0,75	2,25
	ب) إشارة $f'(x)$ f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;2]$ و $[4;+\infty[$ ومتناقصة تماما على كل من $[2;3[$ و $]3;4]$ جدول التغيّرات:	0,5 0,5 0,5	
4)	أ) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}-\{3\}$ ، $f(3-x)+f(3+x)=2$ النقطة $A(3;1)$ مركز تناظر للمنحني (c_f)	0,75	2
	ب) رسم (Δ) رسم (c_f) رسم (c_g)	0,25 0,5 0,5	
5)	$\mathcal{A}=\int_4^5 \dfrac{1}{x-3}dx=(\ln 2)u.a$	0,75	0,75
6)	$g(x)=f(x)$ من أجل $x>3$ و $g(x)=-f(x)$ من أجل $x<3$ (c_g) و (c_f) منطبقان من أجل $x>3$ (c_g) و (c_f) متناظران بالنسبة إلى محور التراتيب من أجل $x<3$	0,5	0,5

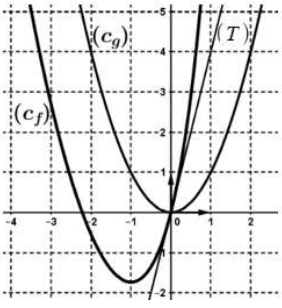
x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	$+\infty$ $\|$ $-\infty$	↘	3	↗	$+\infty$



ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	ب) $u_0=1$ ، $r=2$	$0,5\times 2$	1
2)	جـ) $\{e\,;e^2\}$	$0,5\times 2$	1
3)	ب) $\frac{1}{3}\int_{-2}^{1}h(x)dx=1$ ، 1	$0,5\times 2$	1
4)	أ) $x_0=1$ ، $k'(x)=-1$ معناه $x=1$	$0,5\times 2$	1
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1)	أ) $u_1=8$ ، $u_2=23$ و $u_3=68$	$0,25\times 3$	1,25
	ب) الدّالة $x\mapsto 3x-1$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ (u_n)متزايدة تماما لأنّ: $u_1-u_0>0$ والدالة المرفقة متزايدة تماما.	$0,25\times 2$	
2)	أ) (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 ، $v_0=\frac{5}{2}$	$0,25+0,5$	1,75
	ب) $v_n=\frac{5}{2}\times 3^n$ ، $u_n=\frac{5}{2}\times 3^n+\frac{1}{2}$	$0,5\times 2$	
3)	أ) $S_n=\frac{5}{4}\left(3^{n+1}-1\right)$ $T_n=S_n+\frac{1}{2}(n+1)=\frac{5}{4}\times 3^{n+1}+\frac{1}{2}n-\frac{3}{4}$	0,5 0,25	1
	ب) $4T_n-2n=1212$ من أجل $n=4$	0,25	
	التمرين الثالث (04 نقاط)		
1)	أ) إشارة $f'(x)$ f متزايدة تماما على كل من $]0;2]$ و $[2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;0[$	0,5 $0,25\times 2$	2,25
	ب) $(\Delta): y=x$	0,25	
	جـ) للمعادلة $f(x)=3$ حلّان هما -1 و 2	$0,25\times 2$	
	د) جدول التغيرات:	0,5	

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

2)	أ) f مستمرة ومتزايدة تماما على $[-1,6\ ;-1,5]$ $f(-1,6)\simeq -0,04$ و $f(-1,5)\simeq 0,28$ للمعادلة $f(x)=0$ حلّ وحيد α في المجال $]-1,6\ ;-1,5[$	$0,25\times 3$	1
	ب) إشارة $f(x)$ x | $-\infty$ | α | 0 | $+\infty$ $f(x)$ | $-$ | 0 | $+$ | $+$	$0,25$	
3)	من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $g'(x)=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$	$0,25$	$0,75$
	جدول التغيّرات: x | 0 | 2 | $+\infty$ $g'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ $g(x)$ | $+\infty$ ↘ $\ln 3$ ↗ $+\infty$	$0,5$	
التمرين الرّابع (08 نقاط)			
1)	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$0,5\times 2$	1
2)	أ) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=2(x+1)\left(e^x+1\right)$	$0,5\times 2$	2,5
	ب) إشارة $f'(x)$ f متناقصة تماما على $[-1;-\infty[$ ومتزايدة تماما على $]-1\ ;+\infty[$	$0,5$ $0,25\times 2$	
	جدول التغيّرات: x | $-\infty$ | -1 | $+\infty$ $f'(x)$ | $-$ | 0 | $+$ $f(x)$ | $+\infty$ ↘ $-1-\frac{2}{e}$ ↗ $+\infty$	$0,5$	
3)	$(T): y=4x$	$0,75$	$0,75$
4)	$f(x)-x^2=2x\left(1+e^x\right)$ ، ومنه: (c_f) و (c_g) يتقاطعان في O (c_f) أسفل (c_g) على $]-\infty;0[$ و (c_f) أعلى (c_g) على $]0\ ;+\infty[$	$0,25\times 4$	1
5)	$f(-3)=3-6e^{-3}$ ، $f(-2)=-4e^{-2}$ ، $f(1)=3+2e$	$0,25\times 3$	1,75
	رسم (T) رسم (c_g) رسم (c_f) 	$0,25$ $0,25$ $0,5$	
6)	أ) من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $H'(x)=h(x)$ ب) $\mathscr{A}=\int_0^1\left(2x+2xe^x\right)dx=\left[x^2+2(x-1)e^x\right]_0^1=3\ u.a$	$0,5$ $0,5$	1

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.