«

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي **الدورة: 2026**

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 02 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث: $a=5678$ و $b=1234$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 9 لكلّ من العددين a و b

ب) تحقّق أنّ: $a\equiv -1[9]$

جـ) استنتج أنّ العددين a^2 و b متوافقان بتردد 9

2) بيّن أنّ العدد $3a^2+2b^3+4$ يقبل القسمة على 9

3) أ) برّر أنّ: $7a^{2026}+b^{1447}\equiv 8[9]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $7a^{2026}+b^{1447}+n+1\equiv 0[9]$

التمرين الثّاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية أساسها r وحدها الأول u_0 حيث: $u_1=7$ و $u_2+u_3+u_4=69$

1) بيّن أنّ: $u_3=23$ و $r=8$

2) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n=8n-1$ وحدّد اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب) بيّن أنّ العدد 791 هو حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثمّ عيّن رتبته.

3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

أ) بيّن أنّ: $S_n=4n^2+3n-1$

ب) عيّن قيمة n حتى يكون $S_n=350$

التمرين الثّالث: (08 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{6}x^3-x^2$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=\frac{1}{2}x(x-4)$

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المنحني (c_f) يقبل نقطة انعطاف A ، يُطلب تعيين إحداثييها.

ب) بيّن أنّ: $y=-2x+\frac{4}{3}$ هي معادلة لـ (T) مماس المنحني (c_f) في النقطة التي فاصلتها 2

4) أ) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x)=0$

ب) احسب $f(-1)$ ، $f(7)$ ثمّ ارسم (T) و (c_f)

الموضوع الثّاني

التمرين الأوّل: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث: $a=2026$ و $b=1447$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكلّ من العددين a و b

ب) بيّن أنّ العدد $5a-3b$ يقبل القسمة على 7

2) تحقّق أنّ: $a^3\equiv -1[7]$ ثمّ بيّن أنّ: $a^{2976}\equiv 1[7]$ ، لاحظ أنّ: $2976=3\times 992$

3) أ) تحقّق أنّ: $a^{2976}+b+50\equiv 0[7]$

ب) استنتج قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $a^{2976}+b+n+1\equiv 0[7]$

التمرين الثّاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=3\times 2^n$

1) احسب كلّا من u_0 ، u_1 ، u_2 ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

2) أ) بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية أساسها 2 وحدّد اتّجاه تغيّرها.

ب) بيّن أنّ العدد 1536 هو حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثمّ عيّن رتبته ، لاحظ أنّ: $512=2^9$

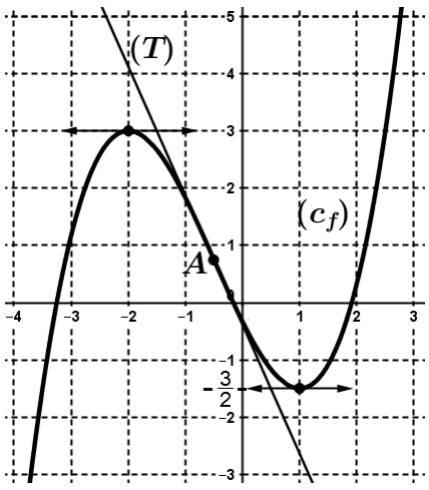
3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ،

$S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$ و $T_n=u_0+(1+u_1)+(2+u_2)+\cdots+(n+u_n)$

- احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّ: $T_n=3\times 2^{n+1}+\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n-3$

التمرين الثّالث: (08 نقاط)

f دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ و f' دالتها المشتقة ، (c_f) التمثيل البياني للدّالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (T) مماس للمنحني (c_f) في النقطة $A\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$ ، كما هو موضّح في الشّكل.



1) بقراءة بيانية:

أ) عيّن كلّا من: $f(1)$ ، $f(-2)$ ، $f'(1)$ ، $f'(-2)$

ب) ماهو عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

جـ) حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة f على $[-4;3]$

2) نفرض أنّ: $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x-\frac{1}{3}$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=(x-1)(x+2)$

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدّالة f

د) تحقّق أنّ A هي نقطة انعطاف لـ (c_f) وبيّن أنّ معادلة (T) هي: $y=-\frac{9}{4}x-\frac{3}{8}$

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)			العلامة	
			مجزأة	العلامة
التمرين الأول (06 نقاط)				
1)	أ) $a=630\times 9+8$ ، باقي القسمة الإقليدية لـ a على 9 هو 8 $b=137\times 9+1$ ، باقي القسمة الإقليدية لـ b على 9 هو 1		1×2	4
	ب) $a\equiv 8[9]$ أي $a+1\equiv 0[9]$ ومنه: $a\equiv -1[9]$		1	
	جـ) $a^2\equiv 1[9]$ و $b\equiv 1[9]$ ومنه : $a^2\equiv b[9]$		1	
2)	$3a^2+2b^3+4\equiv 3+2+4[9]$ أي $3a^2+2b^3+4\equiv 0[9]$		1	1
3)	أ) $7a^{2026}+b^{1447}\equiv 7+1[9]$ أي $7a^{2026}+b^{1447}\equiv 8[9]$		0,5	1
	ب) $7a^{2026}+b^{1447}+n+1\equiv 0[9]$ أي $n\equiv 0[9]$، (n مضاعف لـ 9)		0,5	
التمرين الثاني (06 نقاط)				
1)	$u_3=23$ ، $r=8$		1×2	2
2)	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n=8n-1$ المتتالية (u_n) متزايدة تماما.		1 0,5	3
	ب) $u_n=791$ يعني $n=99$ ، الرتبة: 100		$0,5+1$	
3)	أ) $S_n=4n^2+3n-1$		0,5	1
	ب) $4n^2+3n-351=0$ تعني $n=9$		0,5	
التمرين الثالث (08 نقاط)				
1)	$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$		$0,5\times 2$	1
2)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=\frac{1}{2}x(x-4)$		1	3
	ب) إشارة $f'(x)$ f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty\ ;\ 0]$ و $[4\ ;\ +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[0\ ;\ 4]$		0,5 0,5	
	جدول التغيّرات:	x | $-\infty$ | 0 | 4 | $+\infty$ $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ $f(x)$ | $-\infty$ ↗ 0 ↘ $-\frac{16}{3}$ ↗ $+\infty$	1	

3)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f''(x)=x-2$ f'' تنعدم وتغير إشارتها عند 2، $A\left(2\,;-\frac{8}{3}\right)$ نقطة انعطاف لـ (c_f)	$0,5$ $0,25\times 2$	$1,75$
	ب) $(T):y=-2x+\frac{4}{3}$	$0,75$	
4)	أ) للمعادلة $f(x)=0$ حلان هما: 0 ، 6	$0,5\times 2$	$2,25$
	ب) $f(-1)=-\frac{7}{6}$ ، $f(7)=\frac{49}{6}$ رسم (T) رسم (c_f)	$0,25\times 2$ $0,25$ $0,5$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (06 نقاط)		
1)	**أ)** $a=289\times7+3$ ، باقي القسمة الإقليدية لـ a على 7 هو 3 $b=206\times7+5$ ، باقي القسمة الإقليدية لـ b على 7 هو 5	1×2	3
	ب) $5a-3b\equiv0[7]$ ومنه: $5a-3b$ يقبل القسمة على 7	1	
2)	$a^3\equiv6[7]$ ومنه: $a^3\equiv-1[7]$	1	2
	$a^{2976}=(a^3)^{992}\equiv1[7]$	1	
3)	**أ)** $a^{2976}+b+50\equiv1+5+50[7]$ أي $a^{2976}+b+50\equiv0[7]$	0,5	1
	ب) $a^{2976}+b+n+1\equiv0[7]$ يعني $n\equiv0[7]$، (n مضاعف للعدد 7)	0,5	
	التمرين الثاني (06 نقاط)		
1)	$u_0=3$ ، $u_1=6$ ، $u_2=12$ ، التخمين: المتتالية (u_n) متزايدة تماما.	$0,5\times4$	2
2)	**أ)** من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=2u_n$	1	3
	$q>1$ و $u_0>0$ ومنه: المتتالية (u_n) متزايدة تماما.	0,5	
	ب) $u_n=1536$ يعني $n=9$ ، الرتبة: 10	$0,5+1$	
3)	$S_n=3\left(2^{n+1}-1\right)$	0,5	1
	$T_n=S_n+\frac{1}{2}n(n+1)=3\times2^{n+1}+\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n-3$	0,5	
	التمرين الثالث (08 نقاط)		
1)	**أ)** $f(1)=-\frac{3}{2}$ ، $f(-2)=3$ ، $f'(1)=0$ ، $f'(-2)=0$	$0,5\times4$	3,5
	ب) للمعادلة $f(x)=0$ ثلاثة حلول.	0,5	
	جـ) f متزايدة تماما على كلّ من $[-2\,;-4]$ و $[1\,;3]$ ومتناقصة تماما على $[1\,;-2]$	$0,5\times2$	
2)	**أ)** $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	$0,5\times2$	4,5
	ب) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=(x-1)(x+2)$	1	
	جـ) جدول التغيّرات:	1	

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	$-\frac{3}{2}$	↗	$+\infty$

	0,5 0,25×2 0,5	**د)** من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f''(x)=2x+1$ f'' تنعدم وتغير إشارتها عند $-\frac{1}{2}$، $A\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$ نقطة انعطاف لـ (c_f) $(T): y=-\frac{9}{4}x-\frac{3}{8}$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصّحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.