الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: رياضيات

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 04 سا و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 5 إلى الصفحة 3 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 12 كرية منها: 3 كريات حمراء ، 4 كريات بيضاء و 5 كريات خضراء

ويحتوي صندوق U_2 على 7 كريات منها: 4 كريات حمراء و 3 كريات بيضاء.

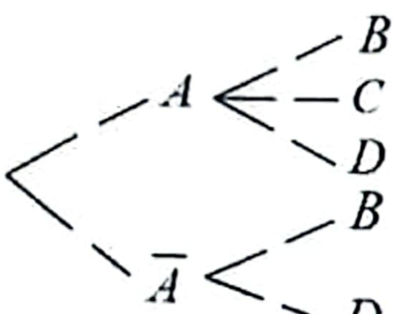
(جميع الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس).

نرمي نردا غير مزيّف ذا 6 أوجه مرقّمة بـ: 1 ، 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2

- إذا ظهر الرّقم 1 ، نسحب عشوائيا 3 كريات في آن واحد من U_1

- وإذا ظهر الرّقم 2 ، نسحب عشوائيا 3 كريات على التّوالي من U_2 دون إرجاع.

نعتبر الحوادث:



A : « ظهور الرّقم 1 »

B : « الحصول على 3 كريات من نفس اللّون »

C : « الحصول على 3 كريات مختلفة الألوان مثنى مثنى »

D : « الحصول على كريتين بالضّبط من نفس اللّون »

1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) أ) احسب $P(B)$ ، $P(C)$ ، $P(D)$ ، $P(B\cup C)$ احتمالات الحوادث B ، C ، D ، $B\cup C$ على الترتيب.

ب) بيّن أنّ: $P(A\cap\overline{B})=\frac{41}{66}$

جـ) احسب $P_{\overline{B}}(A)$ احتمال سحب 3 كريات من U_1 علما أنّها ليست من نفس اللّون.

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لـ 3 كريات كما سبق، عدد الألوان التي تحملها الكريات المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ احسب أمله الرّياضياتي.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية:

$$(z^2+1)(z^2-6z+13)=0$$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

A ، B ، C نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C حيث:

$z_A=2-3i$ ، $z_B=iz_A$ ، $z_C=-i$ و L عدد مركب حيث: $L=\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$

أ) اكتب كلاً من العددين z_A-z_C ، z_B-z_C على الشكل المثلثي.

ب) عيّن الطّويلة وعمدة للعدد المركب L ثمّ حدّد طبيعة المثلث ABC

جـ) بيّن أنّ النقط O ، A ، B و C تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

د) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، نضع: $S_n=|L|+|L|^2+\cdots+|L|^n$

- احسب بدلالة n المجموع S_n ثمّ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

3) z_θ عدد مركب حيث: $z_\theta=1+\cos(2\theta)-i\sin(2\theta)$ و θ عدد حقيقي يختلف عن $\dfrac{\pi}{2}$ مع $0<\theta<\pi$

- بيّن أنّ $z_\theta=2\cos\theta(\cos\theta-i\sin\theta)$ ثمّ استنتج حسب قيم θ الطّويلة وعمدة للعدد z_θ

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة: $(E)\cdots 13x-2y=35$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلاً للمعادلة (E) فإنّ $y\equiv 2[13]$ ثمّ حلّ المعادلة (E)

ب) جد كلّ الثّنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث: $PGCD(x;y)=35$

2) أ) ادرس حسب قيم العدد الطّبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 11

ب) عيّن قيم العدد الطّبيعي n التي من أجلها يكون العدد $6n^2+1446^{x+y}$ قابلا للقسمة على 11 والثّنائية $(x;y)$ حلّ للمعادلة (E)

3) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{1\alpha\alpha\beta\beta1}$ في نظام التّعداد ذي الأساس 4

ويكتب $\overline{1\alpha\beta13}$ في نظام التّعداد ذي الأساس 6

- عيّن α و β ثمّ اكتب λ في النّظام العشري.

4) a ، b عددان طبيعيان و d قاسمهما المشترك الأكبر.

- حلّل العدد 2025 إلى جُداء عوامل أوّلية ثمّ عيّن كلّ الثّنائيات $(a;b)$ حيث: $7(ab)^2-3d^4=2025$

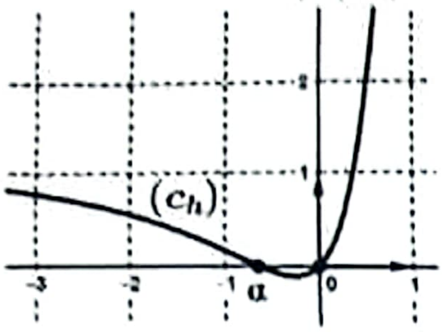
التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) 1) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+xe^{x}$

- ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $1+xe^{x}>0$

2) h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(x^2+1)e^{2x}+(x-2)e^{x}+1$

تمثيلها البياني (C_h) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و 0 ، كما في الشّكل المقابل.



أ) بقراءة بيانيّة، حدّد إشارة $h(x)$ على $\mathbb{R}$

ب) تحقّق أنّ: $-0,7<\alpha<-0,6$

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+\dfrac{2-2e^{x}}{1+xe^{x}}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2\,cm$).

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x+2$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

وأنّ المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y=2x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

جـ) ادرس وضعية كلّ من (Δ) و (Δ') بالنّسبة إلى (C_f)

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{2h(x)}{(1+xe^{x})^2}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) ارسم كلّا من (Δ) ، (Δ') و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq 0,15$)

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $1-\dfrac{1-e^{x}}{1+xe^{x}}=\dfrac{(x+1)\,e^{x}}{1+xe^{x}}$

ب) استنتج بالسّنتيمتر المربّع حساب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=2x+2$ ، $x=0$ و $x=1$

5) k الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x)=f(x^2)$

- دون حساب عبارة $k(x)$ ، حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة k ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على صفحتين (02) (من الصفحة 4 من 5 إلى الصفحة 5 من 5)

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) f الدّالة المعرّفة على $\left[-1;-\frac{1}{2}\right]$ بـ: $f(x)=\frac{-x^2+x}{x^2+1}$

- بيّن أنّ الدّالة f متزايدة تماما.

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=-\frac{1}{2}$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $-1<u_n\leq-\frac{1}{2}$

ب) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}+1\leq\frac{4}{5}(u_n+1)$

ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0<u_n+1\leq\frac{1}{2}\left(\frac{4}{5}\right)^n$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، نضع: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

-بيّن أنّ: $S_n\leq-2\left(\frac{4}{5}\right)^n-n+\frac{3}{2}$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(iz-1+2i)(z^2-4z+5)=0$

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و A ، B ، C نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C حيث: $z_A=2-i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2-i$

و L عدد مركّب حيث: $L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$

أ) اكتب العدد L على الشكل المثلثي ثمّ حدّد طبيعة المثلّث ABC

ب) بيّن أنّ النّقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ) عيّن z_D ، z_E لاحقتي النّقطتين D ، E على التّرتيب حتى يكون الرّباعي $BCDE$ معيّنا مركزه A

3) z_θ عدد مركّب حيث: $z_\theta=1-\cos(2\theta)+i\sin(2\theta)$ و θ عدد حقيقي غير معدوم مع $-\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$

- بيّن أنّ $z_\theta=2\sin\theta(\sin\theta+i\cos\theta)$ ثمّ استنتج حسب قيم θ الطّويلة وعمدة للعدد z_θ

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) نعتبر المعادلة: $116x-81y=2\cdots(E)$ ذات المجهولين الصّحيحين x و y

أ) بيّن أنّ العددين 116 و 81 أوّليان فيما بينهما.

ب) حلّ المعادلة (E) علما أنّ الثّنائية $(7;10)$ حلّ لها.

2) أ) ادرس حسب قيم العدد الطّبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9

ب) استنتج حسب قيم العدد الطّبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^{2n+1} على 9

جـ) عيّن الثّنائيات الطّبيعية $(x\,;\,y)$ حلول المعادلة (E) والتي تحقّق: $x^y \equiv 4\,[9]$

3) α ، β عددان طبيعيان أوّليّان فيما بينهما و a ، b عددان حيث: $a=7\alpha+3\beta$ و $b=5\alpha+2\beta$

أ) بيّن أنّ العددين a ، b أوّليّان فيما بينهما.

ب) عيّن العددين α ، β حتى يكون: $a=116$ و $b=81$

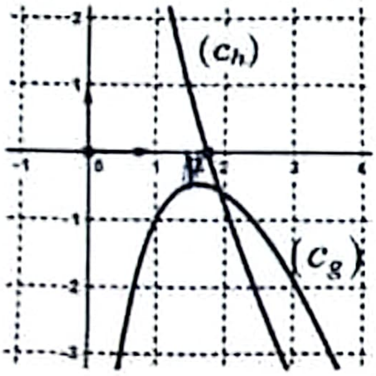
التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g ، h الدّالتان المعرّفتان على $]0\,;+\infty[$ بـ: $g(x)=-x+(4-x)\ln x$ و $h(x)=4-x-4\ln x$

(c_g) ، (c_h) التّمثيلان البيانيّان للدّالتين g ، h على التّرتيب.

(c_h) يقطع حامل محور الفواصل في النّقطة ذات الفاصلة α

كما في الشّكل المقابل.



- بقراءة بيانيّة، حدّد إشارة كلّ من $g(x)$ و $h(x)$

ثمّ تحقّق أنّ: $1{,}7<\alpha<1{,}8$

II) f الدّالة المعرّفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $f(x)=(-x+2\ln x)\ln x$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]0\,;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$

$-x+(4-x)\ln x$

جـ) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أنّ للمنحني (c_f) مماسين (T) و (T') معامل توجيه كلّ منهما -1 ، يُطلب تعيين معادلة لكلّ منهما.

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]0\,;+\infty[$ ، $f''(x)=\dfrac{h(x)}{x^2}$

ب) استنتج أنّ للمنحني (c_f) نقطة انعطاف، يطلب تعيين فاصلتها.

4) احسب $f(e^2)$ ثمّ ارسم (T) ، (T') و (c_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq-0{,}35$ ، $4-8\ln 2+8(\ln 2)^2\simeq 2{,}3$)

5) أ) بيّن أنّ الدّالة $k:x\mapsto x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$ أصلية للدّالة $x\mapsto(\ln x)^2$ على $]0\,;+\infty[$

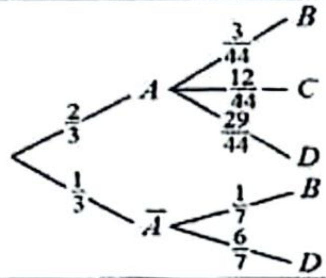
ب) باستعمال المكاملة بالتّجزئة، بيّن أنّ: $\displaystyle\int_1^e x\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{4}$

جـ) استنتج بوحدة المساحة، حساب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=e$

6) φ الدّالة المعرّفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $\varphi(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

- دون حساب عبارة $\varphi(x)$ ، حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة φ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

انتهى الموضوع الثّاني

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	شجرة الاحتمالات: 	0,75	0,75
2)	أ) $P(B)=\frac{43}{462}$ ، $P(C)=\frac{2}{11}$ ، $P(D)=\frac{335}{462}$ ، $P(B\cup C)=\frac{127}{462}$	0,25×4	2
	ب) $P(A\cap\overline{B})=\frac{2}{3}\times\frac{12}{44}+\frac{2}{3}\times\frac{29}{44}=\frac{41}{66}$	0,5	
	جـ) $P_{\overline{B}}(A)=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{287}{419}$	0,5	
3)	$x_i\in\{1;2;3\}$ $E(X)=\frac{965}{462}$ x_i: 1, 2, 3 $P(X=x_i)$: $\frac{43}{462}$, $\frac{335}{462}$, $\frac{84}{462}$	0,25×5	1,25
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1)	$S=\{-i\,;\,i\,;3-2i\,;3+2i\}$	0,25×4	1
2)	أ) $z_A-z_C=2\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$ $z_B-z_C=3\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	0,25×2	2,25
	ب) $\lvert L\rvert=\frac{2}{3}$ ، $\arg(L)=-\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$ ، المثلث ABC قائم في C	0,25×3	
	جـ) النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (C) التي مركزها ω منتصف $[AB]$ لاحقته $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}i$ ونصف قطرها $\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{26}}{2}$ بما أنّ: $\omega O=\frac{\sqrt{26}}{2}$ فإنّ O تنتمي إلى الدائرة (C)	0,25×2	
	د) $S_n=\lvert L\rvert^1+\dots+\lvert L\rvert^n=\lvert L\rvert^0+\lvert L\rvert^1+\dots+\lvert L\rvert^n-1=2\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$ $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=2$	0,25 0,25	
3)	لدينا: $\cos(2\theta)=2\cos^2\theta-1$ و $\sin(2\theta)=2\sin\theta.\cos\theta$ ومنه: $z_\theta=2\cos\theta(\cos\theta-i\sin\theta)$	0,25	0,75

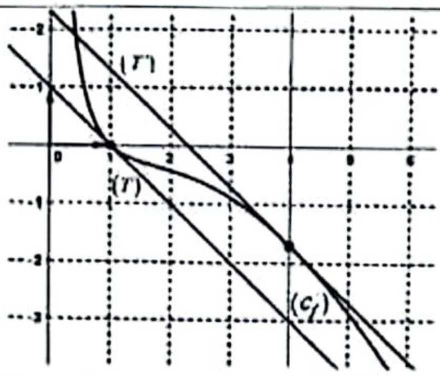
<table>
<tr><th></th><th>عناصر الإجابة</th><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>لما: $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ فإن $|z_0|=2\cos\theta$ و $\arg(z_0)=-\theta+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$</td><td>0,25</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>لما: $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ فإن $|z_0|=-2\cos\theta$ و $\arg(z_0)=\pi-\theta+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثالث (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1)</td><td>أ) تبيان أن: $y\equiv 2[13]$ ومنه: $\begin{cases}x=2k+3\\y=13k+2\end{cases};\ k\in\mathbb{Z}$</td><td>0.5+0.25</td><td rowspan="2">1,25</td></tr>
<tr><td>ب) $PGCD(x;y)=35$ يعني 35 يقسم x و 35 يقسم y
ومنه: $k=35k'-19$ وعليه: $\begin{cases}x=70k'+35\\y=455k'+210\end{cases};\ k'\in\mathbb{Z}$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2)</td><td>أ)<table><tr><td>$n=$</td><td>$5k$</td><td>$5k+1$</td><td>$5k+2$</td><td>$5k+3$</td><td>$5k+4$</td><td>$k\in\mathbb{N}$</td></tr><tr><td>$5^n\equiv$</td><td>1</td><td>5</td><td>3</td><td>4</td><td>9</td><td>$[11]$</td></tr></table></td><td>0,75</td><td rowspan="2">1,5</td></tr>
<tr><td>ب) $1446\equiv5[11]$ ، $1446^{x+y}\equiv5^{5(3k+1)}[11]$ و $k\in\mathbb{N}$
$6n^2+1446^{x+y}\equiv0[11]$ يكافئ $6n^2+1\equiv0[11]$ أي: $n^2\equiv9[11]$
ومنه: $n=11\gamma+3$ أو $n=11\gamma+8$ مع $\gamma\in\mathbb{N}$</td><td>0,25
0,25×2</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>لدينا: $\begin{cases}\lambda=20\beta+320\alpha+1025\\\lambda=216\alpha+36\beta+1305\\0\le\alpha<4;0\le\beta<4\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}13\alpha-2\beta=35\\0\le\alpha<4;0\le\beta<4\end{cases}$
نستنتج أن: $(\alpha;\beta)=(3;2)$ و $\lambda=2025$</td><td>0,5
0,25×3</td><td>1,25</td></tr>
<tr><td>4)</td><td>$2025=3^4\times5^2$
$7(ab)^2-3d^4=2025$ تكافئ $d^4\left[7(a'b')^2-3\right]=2025$
مع $PGCD(a';b')=1$ ومنه: $d\in\{1;3\}$
لما $d=1$: ينتج $7(a'b')^2=2028$ ، ليس للمعادلة حل طبيعي.
لما $d=3$: ينتج $a'b'=2$ ومنه: $(a;b)\in\{(3;6),(6;3)\}$</td><td>0,25
0,25
0,25
0,25</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الرابع (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>I) 1)</td><td>من أجل كل عدد حقيقي x ، $g'(x)=(1+x)e^x$ ، إشارة $g'(x)$
الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty;-1]$ ومتزايدة تماما على $[-1;+\infty[$
$g(-1)=1-e^{-1}$ ونستنتج أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $1+xe^x>0$</td><td>0,25×2
0,25
0,25</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2)</td><td>أ) إشارة $h(x)$:<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$h(x)$</td><td>+</td><td>0 −</td><td>0</td><td>+</td></tr></table></td><td>0,25</td><td rowspan="2">0,75</td></tr>
<tr><td>ب) لدينا: $h(-0,7)\simeq-0,02$ و $h(-0,6)\simeq0,03$
ومنه: $-0,7<\alpha<-0,6$</td><td>0,25×2</td></tr>
</table>

II) 1)	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، تبيان أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$0,25\times 2$	2
	ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(2x+2)\right)=0$ ، (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-2x\right)=0$ ، (Δ') مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$	0,25 0,25	
	جـ) لدينا: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)-(2x+2)=-\dfrac{2(x+1)\,e^{x}}{1+xe^{x}}$ لمّا $x=-1$: (Δ) يقطع (C_f) في $A(-1;0)$ لمّا $x<-1$: (C_f) أعلى (Δ) ولمّا $x>-1$: (C_f) أسفل (Δ) ولدينا: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)-2x=\dfrac{2-2e^{x}}{1+xe^{x}}$ لمّا $x=0$: (Δ') يقطع (C_f) في $O(0;0)$ لمّا $x<0$: (C_f) أعلى (Δ') ولمّا $x>0$: (C_f) أسفل (Δ')	0,5 0,5	
2)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{2h(x)}{(1+xe^{x})^{2}}$	0,5	1,25
	ب) الدالة f متناقصة تماما على $[\alpha;0]$ ومتزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;\alpha]$ و $[0;+\infty[$ جدول التغيرات: $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & \alpha & & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & f(\alpha) & \searrow & 0 & \nearrow & +\infty \end{array}$	0,5 0,25	
3)	رسم (Δ) ، (Δ') رسم (C_f) 	$0,25\times 2$ 0,5	1
4)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $1-\dfrac{1-e^{x}}{1+xe^{x}}=\dfrac{(x+1)\,e^{x}}{1+xe^{x}}$	0,25	0,5
	ب) $\mathcal{A}=\displaystyle\int_0^1 \dfrac{2(x+1)\,e^{x}}{1+xe^{x}}\,dx=8\ln(e+1)\ cm^2$	0,25	
5)	$k'(x)=2x\,f'(x^2)$ الدالة k متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$ جدول التغيرات: $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 0 & & +\infty \\ \hline k'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline k(x) & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & +\infty \end{array}$	0,25 0,25	0,5

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيّد بسلم التنقيط.

<table>
<tr><th rowspan="2" colspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>العلامة</th></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1)</td><td>أ) من أجل كل x من $\left[-1;-\frac{1}{2}\right]$ ، $f'(x)=\dfrac{-x^2-2x+1}{\left(x^2+1\right)^2}$</td><td>0,5</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>إشارة $f'(x)$ ، الدّالة f متزايدة تماما على $\left[-1;-\frac{1}{2}\right]$</td><td>0,25×2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2)</td><td>أ) البرهان بالتّراجع.</td><td>0,5+0,25</td><td rowspan="2">1,25</td></tr>
<tr><td>ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-u_n^2\left(u_n+1\right)}{u_n^2+1}$
(u_n) متناقصة تماما.</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3)</td><td>أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}+1=\dfrac{u_n+1}{u_n^2+1}$
ولدينا: $\dfrac{1}{2}<\dfrac{1}{u_n^2+1}\leq\dfrac{4}{5}$ ومنه: $u_{n+1}+1\leq\dfrac{4}{5}\left(u_n+1\right)$</td><td>0,5</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب) استنتاج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0<u_n+1\leq\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{4}{5}\right)^n$
$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-1$</td><td>0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>4)</td><td>تبيان أنّ: $S_n\leq-2\left(\dfrac{4}{5}\right)^n-n+\dfrac{3}{2}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=-\infty$</td><td>0,25+0,5</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1)</td><td>$S=\{-2-i;2-i;2+i\}$</td><td>0,25×3</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2)</td><td>أ) $L=2i$ ، $L=2\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$
المثلث ABC قائم في A</td><td>0,5+0,25
0,5</td><td rowspan="3">2,5</td></tr>
<tr><td>ب) $|z_A|=|z_B|=|z_C|=\sqrt{5}$
ومنه: النقط A ، B و C تنتمي إلى الدّائرة التي مركزها O ونصف قطرها $\sqrt{5}$</td><td>0,25
0,5</td></tr>
<tr><td>جـ) $z_A=\dfrac{z_B+z_D}{2}$ تكافئ: $z_D=2-3i$
$z_A=\dfrac{z_C+z_E}{2}$ تكافئ: $z_E=6-i$</td><td>0,25×2</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>3)</td><td>لدينا: $\cos(2\theta)=1-2\sin^2\theta$ و $\sin(2\theta)=2\sin\theta.\cos\theta$
ومنه: $z_0=2\sin\theta(\sin\theta+i\cos\theta)$
$z_0=2\sin\theta\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\right)$
من أجل $-\frac{\pi}{2}<\theta<0$: $|z_0|=-2\sin\theta$ $\arg(z_0)=\frac{3\pi}{2}-\theta+2\pi k,k\in\mathbb{Z}$
من أجل $0<\theta<\frac{\pi}{2}$: $|z_0|=2\sin\theta$ و $\arg(z_0)=\frac{\pi}{2}-\theta+2\pi k,k\in\mathbb{Z}$</td><td>0,25
0,25
0,25</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثالث(05 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1)</td><td>أ) $116=2^2\times 29$ ، $81=3^4$ ومنه: $PGCD(116;81)=1$</td><td>0,25×3</td><td rowspan="2">1,5</td></tr>
<tr><td>ب) $(x;\ y)=(81k+7\ ;116k+10)\ ;k\in\mathbb{Z}$</td><td>0,25×3</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2)</td><td>أ) $7^0\equiv1[9]$ ، $7^1\equiv7[9]$ ، $7^2\equiv4[9]$
من أجل كلّ عدد طبيعي k: $7^{3k}\equiv1[9]$ ، $7^{3k+1}\equiv7[9]$ ، $7^{3k+2}\equiv4[9]$</td><td>0,25
0,75</td><td rowspan="3">2,5</td></tr>
<tr><td>ب) من أجل $n=3k$ ، $7^{2n+1}\equiv7[9]$
من أجل $n=3k+1$ ، $7^{2n+1}\equiv1[9]$
من أجل $n=3k+2$ ، $7^{2n+1}\equiv4[9]$</td><td>0,25×3</td></tr>
<tr><td>ج) $x^y\equiv4[9]$ تكافئ: $k=3k'+2;k'\in\mathbb{N}$
ومنه: $(x;\ y)=(243k+169\ ;348k+242)\ ;k\in\mathbb{N}$</td><td>0,25
0,25×2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3)</td><td>أ) إذا كان d قاسما للعددين a ، b فإنّ d يقسم $5a-7b$ و $3b-2a$
وبالتالي d يقسم العددين α ، β ومنه: a ، b أوليان فيما بينهما.</td><td>0,25×2</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب) $\alpha=3b-2a=11$ ، $\beta=5a-7b=13$</td><td>0,25×2</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الرابع (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>I)</td><td>g سالبة تماما على $]0;+\infty[$
$h(\alpha)=0$ ، h موجبة تماما على $]0;\alpha[$ وسالبة تماما على $]\alpha;+\infty[$
$h(1,8)\simeq-0,15$ و $h(1,7)\simeq0,18$ ومنه: $1,7<\alpha<1,8$</td><td>0,25
0,5
0,25×2</td><td>1,25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">II) 1)</td><td>أ) $\lim_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$</td><td>0,25×2</td><td rowspan="3">1,5</td></tr>
<tr><td>ب) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>ج) الدالة f متناقصة تماما على $]0;+\infty[$
جدول التغيرات:
<table><tr><td>x</td><td>0 $+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘ $-\infty$</td></tr></table></td><td>0,25
0,25</td></tr>
</table>

2)	$f'(x)=-1$ تكافئ $x=1$ أو $x=4$ $(T): y=-x+1$ ، $(T'): y=-x+4-8\ln 2+8(\ln 2)^2$	0,5 0,25×2	1
3)	أ) من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f''(x)=\dfrac{h(x)}{x^2}$	0,25	0,5
	ب) f'' تنعدم وتغير إشارتها عند α و $B(\alpha\,;\,f(\alpha))$ نقطة انعطاف	0,25	
4)	$f(e^2)=8-2e^2$ رسم (T') ، (T) رسم (C_f) 	0,25 0,25×2 0,5	1,25
5)	أ) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $k'(x)=(\ln x)^2$	0,25	1
	ب) $\displaystyle\int_1^e x\ln x\,dx=\left[\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{x^2}{4}\right]_1^e=\frac{e^2+1}{4}$	0,5	
	جـ) $\mathcal{A}=\displaystyle\int_1^e -f(x)\,dx=\frac{e^2+1}{4}-2\big(k(e)-k(1)\big)=\frac{e^2-8e+17}{4}\,u.a$	0,25	
6)	من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $\varphi'(x)=-\dfrac{1}{x^2}\,f'\!\left(\dfrac{1}{x}\right)$ الدالة φ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ جدول التغيرات:	0,25 0,25	0,5

x	0		$+\infty$
$\varphi'(x)$		$+$	
$\varphi(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيّد بسلم التنقيط.