BAC2025/S225/#CH06R11#

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيّان حيث: $a=2025$ و $b\equiv 12\,[7]$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $5a+2b^2$ على 7

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $2^{3n}\equiv 1\,[7]$

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد a^{1446} على 7

3) تحقّق أنّ $b\equiv -2\,[7]$ ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{1446} على 7

4) عيّن قيم العدد الطّبيعي n التي من أجلها يكون: $3n+a^{1446}+b^{1446}\equiv 0\,[7]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=3\times 4^n$

أ) احسب الحدود v_0 ، v_1 و v_2

ب) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسيّة أساسها 4

جـ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$

2) (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل u_0 وأساسها q حيث:

$u_1\times u_3=16$ و $u_5=32$

أ) احسب u_2

ب) بيّن أنّ: $q=2$ و $u_0=1$

جـ) اكتب عبارة u_n بدلالة n

3) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_n=3\times u_{2n}$

ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع T_n حيث: $T_n=u_0+u_2+u_4+\cdots+u_{2n}$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x^3+3x^2-1$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب كلّا من $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=6x(x+1)$

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ $A\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

4) عيّن معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة A

5) أ) بيّن أنه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)=(2x-1)(x+1)^2$

ب) استنتج فاصلتي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

6) احسب $f(-2)$ ، $f(1)$ ثمّ ارسم كلّا من (T) و (C_f)

انتهى الموضوع الأوّل

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a ، b ، c أعداد طبيعيّة حيث: $a=2025$ ، $b=1446$ و $c+5\equiv 0\ [8]$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 8

ب) بيّن أنّ $c\equiv 3\ [8]$ ثمّ استنتج أنّ $b+c-a\equiv 0\ [8]$

2) بيّن أنّ العدد $1871+(c+6)^{1954}$ يقبل القسمة على 8

3) أ) عيّن الأعداد الطّبيعيّة n التي تحقّق: $3n\equiv a\ [8]$

ب) استنتج قيم العدد الطّبيعي n التي تحقّق: $3n\equiv a\ [8]$ و $40<n<60$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=3n-9$

1) احسب الحدود u_0 ، u_1 ، u_2

2) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابيّة أساسها 3 ثمّ حدّد اتّجاه تغيّرها.

3) أ) تحقّق أنّ العدد 2025 حدّ من حدود المتتالية (u_n)

ب) احسب المجموع S حيث: $S=u_0+u_1+\cdots+u_{678}$

4) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=2^n+3n-9$

أ) احسب الحدود v_0 ، v_1 ، v_2

ب) برّر أنّ المتتالية (v_n) ليست حسابية وليست هندسية.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{2}\left(x^3-3x^2+2\right)$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=\frac{3}{2}x(x-2)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) عيّن معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النّقطة ذات الفاصلة 1

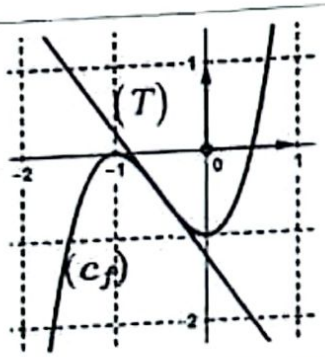
4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A . يُطلب تعيين إحداثييها.

5) أ) احسب كلّا من $f(-1)$ ، $f(3)$ ثمّ ارسم (T) و (C_f)

ب) عيّن بيانيا عدد حلول المعادلة: $f(x)=0$

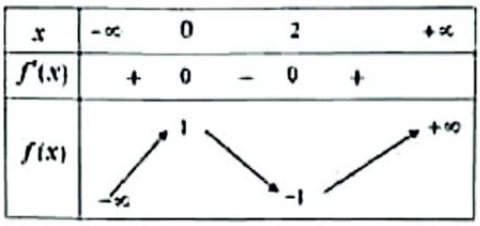
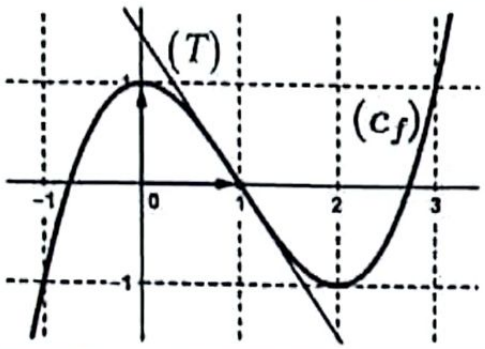
انتهى الموضوع الثاني

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (06 نقاط)		
1)	أ) لدينا: $a=7\times289+2$ ومنه: باقي قسمة a على 7 هو 2	$0,5\times2$	3
	لدينا: $b\equiv7+5\,[7]$ ومنه: باقي قسمة b على 7 هو 5	$0,5\times2$	
	ب) $5a\equiv3\,[7]$ ، $2b^2\equiv1\,[7]$ ومنه: $5a+2b^2\equiv4\,[7]$	$0,5+0,25\times2$	
2)	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $2^{3n}=8^n\equiv1\,[7]$	0,5	1
	ب) $a^{1446}\equiv2^{3\times482}\,[7]$ أي: $a^{1446}\equiv1\,[7]$	0,5	
3)	$b\equiv5-7\,[7]$ أي: $b\equiv-2\,[7]$	0,5	1
	$b^{1446}\equiv2^{3\times482}\,[7]$ أي: $b^{1446}\equiv1\,[7]$	0,5	
4)	$3n+a^{1446}+b^{1446}\equiv0\,[7]$ ومنه: $3n+2\equiv0\,[7]$ أي: $n\equiv4\,[7]$	$0,5\times2$	1
	التمرين الثاني (06 نقاط)		
1)	أ) $v_0=3$ ، $v_1=12$ و $v_2=48$	$0,5\times3$	3
	ب) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_{n+1}=4v_n$ ، (v_n) هندسيّة أساسها 4	0,75	
	جـ) $S_n=4^{n+1}-1$	0,75	
2)	أ) $u_2=4$	0,5	2,25
	ب) $q=2$ ، $u_0=1$	$0,5\times2$	
	جـ) $u_n=2^n$	0,75	
3)	أ) التحقق أنّ: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_n=3\times u_{2n}$	0,5	0,75
	ب) $T_n=\frac{1}{3}S_n$	0,25	
	التمرين الثالث (08 نقاط)		
1)	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	$0,5\times2$	1
2)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=6x(x+1)$	0,25+0,75	2,75
	ب) إشارة $f'(x)$	0,5	
	الدالة f متناقصة تماما على $[-1;0]$ ومتزايدة تماما على كل من $]-\infty;-1]$ و $[0;+\infty[$	0,5	

	جدول التغيرات:	0,75
3)	من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f''(x)=12x+6$ f'' تنعدم وتغير إشارتها عند $-\frac{1}{2}$ و منه $A\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ نقطة انعطاف.	0,5 0,5
4)	$(T): y=-\frac{3}{2}x-\frac{5}{4}$	1
5)	ا) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)=(2x-1)(x+1)^2$	1
	ب) $f(x)=0$ تكافئ $x=-1$ او $x=\frac{1}{2}$	1
6)	$f(-2)=-5$ ، $f(1)=4$ رسم (T) و (C_f) 	0,25×2 0,5+0,25

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)			
		مجزأة	العلامة
التمرين الأول (06 نقاط)			
1)	أ) لدينا: $a=8\times253+1$ ومنه: باقي قسمة a على 8 هو 1	0,5×2	3
	لدينا: $b=8\times180+6$ ومنه: باقي قسمة b على 8 هو 6	0,5×2	
	ب) لدينا: $c+5\equiv0\ [8]$ ومنه: $c\equiv3\ [8]$ وبالتالي: $b+c-a\equiv6+3-1\ [8]$ أي: $b+c-a\equiv0\ [8]$	0,5×2	
2)	لدينا: $c\equiv3\ [8]$ أي: $c+6\equiv1\ [8]$ وبالتالي: $(c+6)^{1954}+1871\equiv1+7\ [8]$ ومنه: $(c+6)^{1954}+1871\equiv0\ [8]$	0,5×3	1,5
3)	أ) لدينا: $3n\equiv a\ [8]$ أي: $3n\equiv1\ [8]$ ومنه: $n\equiv3\ [8]$ أي: $n=8k+3$ مع $k\in\mathbb{N}$	1	1,5
	ب) ($3n\equiv a\ [8]$ و $40<n<60$) أي: ($n=8k+3$ و $40<n<60$) ومنه: $n\in\{43;51;59\}$	0,5	
التمرين الثاني (06 نقاط)			
1)	$u_0=-9$ ، $u_1=-6$ ، $u_2=-3$	0,5×3	1,5
2)	من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=3$ ومنه: (u_n) حسابية أساسها 3 نستنتج أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.	0,75 0,5	1,25
3)	أ) $3n-9=2025$ ومنه: $n=678$	0,5×2	2
	ب) $S=\frac{679}{2}(u_0+u_{678})$ ومنه: $S=684432$	0,5×2	
4)	أ) $v_0=-8$ ، $v_1=-4$ ، $v_2=1$	0,25×3	1,25
	ب) $v_0+v_2\neq2v_1$ ، (v_n) ليست حسابية. $v_0\times v_2\neq v_1^2$ ، (v_n) ليست هندسية.	0,25×2	
التمرين الثالث(08 نقاط)			
1)	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0,5×2	1
2)	أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\frac{3}{2}x(x-2)$	0,5×2	2,75
	ب) إشارة $f'(x)$ الدالة f متناقصة تماما على $[0;2]$ ومتزايدة تماما على كل من $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$	0,5 0,5	

	جدول التغيرات: 	0,75
3)	$(T): y=-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$	1
4)	من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f''(x)=3x-3$ f'' تنعدم وتتغير إشارتها عند 1 و منه $A(1;0)$ نقطة انعطاف.	0,5 0,25+0,5
5)	أ) $f(-1)=-1$ ، $f(3)=1$ الرسم: 	0,25×2
	ب) للمعادلة $f(x)=0$ ثلاثة حلول.	0,5

2 | 0,75+0,25

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.